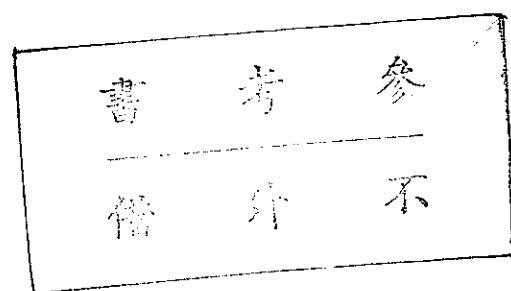


TR-87-008

從多張二維影像中瞭解三維多面體之形狀

Understanding of 3-D Polyhedra
from Multiple Views

鄭國揚 · 廖志東



中研院資訊所圖書室



3 0330 03 000068 6

0068



摘 要

如何從多張二維影像中去瞭解或重建一個三維物體，在長久以來一直是專家學者努力研究的方向之一。而在瞭解或重建三維物體的過程中最重要的關鍵就是影像間的匹配。但是，多年來，影像間之匹配問題一直無法有效的突破，爲了要達到瞭解或重建三維物體的目的，一般對於三維物體形狀的限制條件也就相對的增加。

在這篇論文中，我們放寬對於三維物體形狀的限制條件。也就是說，除了考慮凸形物體外，我們亦將研究凹形物體之情形。爲了保持原三維物體之立體幾何意義，我們必需設法從二維影像中將部分被遮蔽的不完整區域找出來。首先我們利用人工智慧學上之標線方法對每一張輸入的二維影像做標過線的二維影像將所有不完整的區域找出來。

最後我們將這些經過處理而僅含有完整合理區域之二維影像根據一些匹配演繹法依序合併在一起。二維影像一張一張的輸入，三維物體之立體拓樸架構也就逐漸趨近完整。當這個由多張二維影像所合併在一起的架構不再因爲輸入的二維影像而有所變動時，三維物體即已描述完成。

目 錄

誌 謝		i
摘 要		ii
第 一 章	緒 論	1
第 二 章	影像模式	8
第 一 節	照相機模式	10
第 二 節	二維影像的前置處理	13
第 三 節	影像變換	15
第 四 節	剛體運動	19
第 五 節	二維影像及其混淆情形	23
第 三 章	二維影像中不完整區域之尋求	28
第 一 節	名詞定義	29
第 二 節	造成部分被遮面的原因	34
第 三 節	二維影像之編譯	40
第 四 節	找出部分被遮面的法則	44
第 四 章	從多張二維影像中描述三維物體	58
第 一 節	封閉區域形狀的測度	59
第 二 節	區域間的匹配	64
第 三 節	部分架構的合併	71
第 四 節	範 例	74
第 五 章	總 結	85
參考文獻	87

第一章·緒論

如何從多張的二維影像中描述或重建出三維物體的立體幾何架構與拓樸關係 (topological relation)，由於牽涉到圖形間的匹配問題 (matching problem)，而匹配問題至今仍是舉世公認的難題，即所謂的公開性問題 (open problem)，因此，至今仍然沒有多大的突破。雖然對於關鍵性的匹配問題無法有效的突破，但是，多年來仍然有很多的專家學者提出一些啓發式的演繹法 (heuristic algorithm) 去專對某些限定條件下的二維影像作分析、匹配，以便瞭解或重建三維物體的立體幾何架構。例如，Huang [11]，Kanade [7]，Aggarwal [17]，Underwood & Coates [5]，……等等。

在這篇論文中，我們的興趣在於如何從多張的二維影像中逐漸去瞭解三維物體的立體幾何架構。當從各種不同的角度對三維物體所觀察到的二維影像一張一張的輸入電腦後三維物體的立體拓樸架構也就逐步的描述出來。我們的靈感來自 Underwood & Coates [5]，他們將三維物體的型態限制在凸形平面多面體 (convex planar surface polyhedra) 上，從這些型態的三維物體所觀察到的二維影像中去瞭解三維物體的立體拓樸架構。這裏所謂的多面體 (polyhedra) 就是每一個頂點 (vertex) 皆至少由三個以上的面 (surface) 交集而成的三維物體。Underwood & Coates 對於三維物體的限制條件為：(一)平面多面體。(二)凸形物體。而在這篇論文中

，我們認為可以將三維物體的限制條件放寬，換句話說，除了凸形平面物體以外，我們也考慮凹形平面物體（concave planar surface object），因此，在這篇論文中，我們對於三維物體的限制只要是平面多面體（planar surface polyhedra）即可，而不一定只為凸形平面多面體。

我們知道，當我們從各種不同的角度對一個凸形平面多面體進行觀察時，不論我們是處在任何一個角度，所觀察到的部分物體架構一定是完整的，而且其平面間的拓撲關係不變。也就是說，只要能夠看得到的平面一定是完整而且未被遮蔽的平面。但是，如果我們所觀察的平面多面體是凹形的多面體，那麼，我們所觀察到的部分物體架構很有可能是不完整的原因在於我們所看到的平面很有可能是部分被遮蔽到的。一旦某些平面被部分遮蔽時，則它在二維影像平面上的投影就喪失了它原有的立體幾何意義。而且平面與平面之間的拓撲關係也將變得不正確。而在從二維影像中去瞭解三維物體之立體拓撲架構的過程中，勢必因為平面間的混淆（ambiguity）問題而發生平面間匹配極不正確，當然，也就導至對整個三維物體的瞭解過程產生極大的錯誤，並且將浪費很多不必要的時間。

正由於在二維影像中所見到的影像很有可能是包含部分被遮蔽的區域，因此在進行平面間的匹配之前，我們必需先從二維影像中將不完整的區域（部分被遮蔽的區域）找出來。而在本篇論文中，我們整個系統的處理過程就如圖 1-1。而這個處理過程主要分為四個步驟：第一個步驟為從各種不同的角度去觀察三維物體而得到許多張的二維影像。第二個

步驟乃是專對步驟一所得到的許多張二維影像利用前人在人工智慧學中所提出的標線方式 (line labeling scheme) 將所有觀察到的二維影像加以標線，而標線後之二維影像就稱為編譯影像 (interpretative image)。第三個步驟就專對那些經過標線後的編譯影像，利用數個啓發式法則 (heuristic rules) 來將二維影像中部分被遮蔽的區域找出來。第四步驟為瞭解三維物體之立體幾何架構的核心，其目的在於從輸入之已經去除掉部分被遮蔽的區域之二維影像中逐步將三維物體之拓樸關係描述出來。

一般在做影像分析與三維物體的重建或描述的過程中，所採用的照相機和三維物體之間的運動關係可以分為底下四種類型：

1. 靜止的照相機，靜止的物體 (Stationary Camera , Stationary object)。
2. 靜止的照相機，動態的物體 (Stationary Camera , Moving object)。
3. 動態的照相機，靜止的物體 (Moving Camera , Stationary object)。
4. 動態的照相機，動態的物體 (Moving Camera , Moving Object)。

在這四種類型中，第一種類型及第四種類型比較少被採用。而第二種類型和第三類型其實是一體兩面的，因為照相機和三維物體之間的相對關係不變。在這篇論文中，我們假設從各種不同的角度去觀察三維物體，因而，在觀念上我們應該將三維物體靜止放在一個固定的位置而移動照相機，也

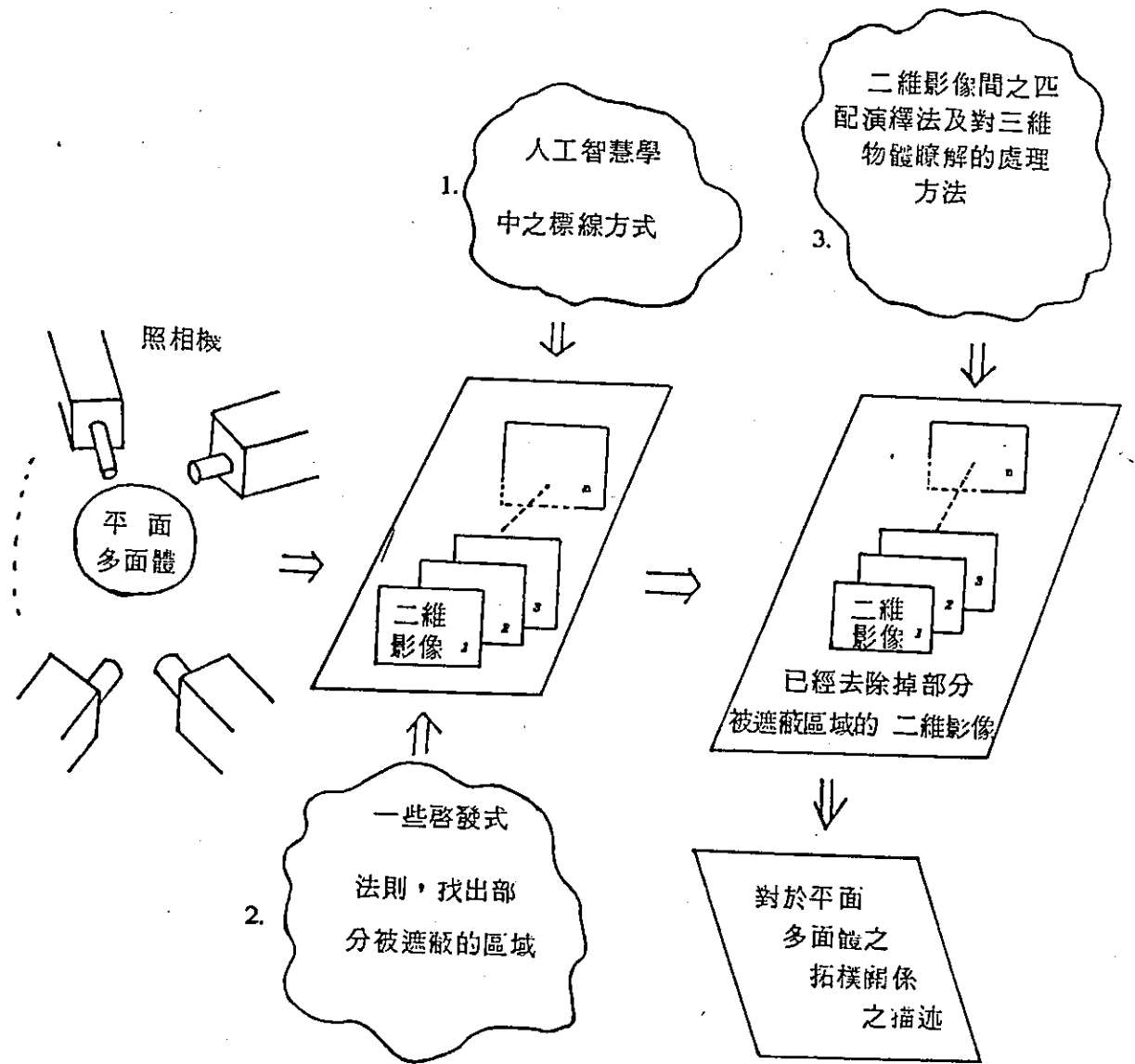


圖 1 - 1 從二維影像中瞭解三維物體之處理過程。

就是說，應該採用第三類型中「動態的照相機，靜止的物體」的型態。但是，在不影響最後結果之情況下爲了方便處理，實際上我們採用第二類型中「靜止的照相機，動態的物體」將照相機靜止在某一個固定位置，而將三維物體放在照相機之前一個可以任意上、下、左、右旋轉、平移的旋轉盤上。

在這篇論文中共分爲五章來討論。除了第一章外，在第二章中我們介紹在這篇論文中所採用的影像模式及二維影像的處理。在這一章中我們首先介紹所使用的照相機模式—針孔照相機（pinhole camera）。而針孔照相機與所要拍攝的三維物體之間的幾何數學模式恰巧可以用中心投影（central projection）來表達。而且三維物體和二維影像間亦存在非常美妙的幾何關係。因此，我們亦將介紹在這篇論文中所使用到的一些投影或變換，例如：中心投影、透視變換（perspective transformation）和正交投影等。而藉由這些影像變換即可定義出三維物體在二維影像平面上之投影。我們知道，對於數位電腦來說，它所要求的輸入資料必需要爲數位資料才行。因此，從照相機拍攝到的二維影像必得先經過數位化處理後才能輸入電腦加以處理。在這一章中，我們亦將簡單的敘述二維影像之數位化過程，此外並將簡略描述二維影像的前置處理（從二維影像中粹取出接點、邊線）。在我們所採用的「靜止的照相機，動態的物體」模式中，固定照相機而旋轉、平移三維物體，就等於說三維物體在做剛體運動。因此在這一章中，我們亦將介紹剛體運動及其特性。最後我們討論二維影像間的混淆問題。

在第三章中我們將討論如何從數位化後的二維影像中將

部分被遮蔽的區域找出來。如果我們只考慮區域與區域間邊線和邊線的相連關係，我們很容易發現，導至部分區域被遮蔽的情況不外乎底下兩種：(一)某些區域的某些邊線被其它區域部分遮蔽。(二)某些區域的某些邊線被其它的區域所完全遮蔽。因此，在第三章中，首先我們針對以上兩種可能造成部分區域被遮蔽的情況歸納出數點導至部分區域被遮蔽的原因。在這一章中我們利用前人在人工智慧學上標線的方法與技巧來對所有觀察到的二維影像做標線，在找部分被遮面時，由於前人在標線方法所做的努力與貢獻使得我們得以藉助這種標線後的二維影像提出幾條啓發式法則來將部分被遮蔽的區域找出來。因此我們將介紹前人在做影像分析時所發展出之標線方式與技巧。最後我們針對經過標線後的二維影像介紹數點可以順利找出部分被遮蔽區域的啓發式法則。

一旦二維影像中所有的部分被遮蔽的區域都找出來以後，我們便可以依據相對應的區域（由三維物體之同一個平面對應到不同二維影像平面上之不同區域）將這些二維影像合併成爲一個較完整的三維物體之拓樸架構。因此在第四章中，我們針對那些擁有完整而合理之區域的二維影像逐漸將三維物體的拓樸關係描述出來。在這一章中，首先我們將定義出一套足以代表一個平面多面體所投影出之合理區域形狀的測度量。對於每一個區域我們均賦予一組對應的測度量。而藉著這些測度量我們便可以計算出區域與區域間的相似程度。在瞭解三維物體拓樸架構的過程中，當輸入一張二維影像而想要和先前所瞭解的三維物體部分拓樸架構做合併（merging）時，通常我們會碰到區域與區域之間的匹配問題

。因此，在這一章中，我們亦將介紹一些匹配演繹法（matching algorithm）。根據這些匹配演繹法，我們便可以將二維影像和三維物體部分拓樸架構中最相似的區域找到。而基於這些最相似的區域，我們即可將二維影像合併到三維物體部分拓樸架構中而形成一個更詳細、更完善的三維物體拓樸架構。由於二維影像一張一張的順序輸入電腦，因此三維物體之拓樸架構也就逐步的描述出來。而在本章最後，我們將要舉一個範例，將整個三維物體之瞭解過程詳細敘述一遍。

最後，在第五章中我們做一個簡單的結論。

第二章 影像模式

在這篇文章中，我們的工作乃是從多張的二維明暗影像（intensity images）中，逐漸瞭解它原有的三維物體的立體架構。因此，首先我們必需瞭解這些二維明暗影像是如何形成的？此外，我們也需知道在整個電腦的處理過程中，影像是如何表示的？通常在拍攝影像時，我們假設只有使用一部照相機，而且將照相機靜止放在一個因定的位置。在這篇文章中，假設我們擁有一個控制系統來瞭解三維物體之立體幾何架構。如圖 2 - 1，這個控制系統包含一個靜止固定在 F 的照相機，而且包含一個光源，一個旋轉盤，以及一部計算機。吾人所欲瞭解的三維物體即可放置在可以上、下、左、右旋轉自如的旋轉盤上加以觀察，而這個旋轉盤乃是由計算機來控制。至於每次觀察到的二維影像，經過數位化處理之後即可輸入計算機加以辨認，而後逐漸去瞭解出此三維物體之立體幾何架構。

本章共分爲五個小節來討論。在第一節中，我們介紹在本篇論文中所採用的照相機模式—針孔照相機。而藉由針孔照相機的幾何數學模式，我們可以知道，三維物體和二維影像之間的幾何關係，恰巧可以由中心投影（central projection）來建立，在第二節中，我們粗略的介紹二維影像的前置處理。因爲一張經由照相機拍攝進來的二維影像必需先經過數位化處理後方能輸入電腦加以處理。當一張數位化後的二維影像輸入電腦時，電腦必需考慮，如何將影像中

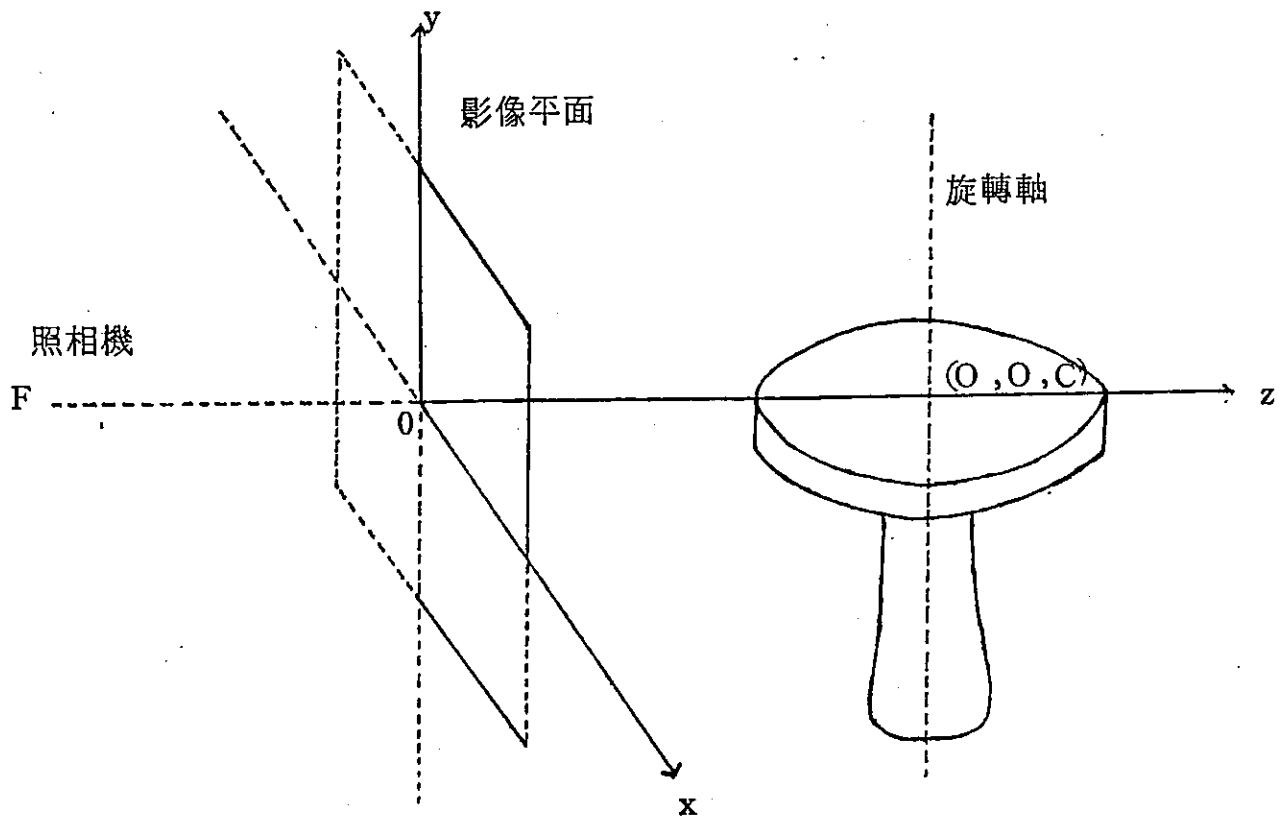


圖2-1 照相機和三維物體旋轉盤之幾何關係圖

的雜訊 (noise) 去除掉？此外，電腦也必需考慮如何一套方式將二維影像的特性 (feature) 粹取出來？在本篇論文中，我們只有考慮多面體，因此，電腦所要粹取的特性不外乎：接點 (junction)、邊線 (line - segment) 和區域 (region)。在第三節中，我們定義中心投影、反透視變換 (inverse perspective transformation) 以及一些影像變換。當吾人對三維物體拍照時，投影在二維影像平面上的二維影像會喪失掉原有的深度值 (depth value)。而藉由這些影像變換，吾人就可以在條件充分的情況下將三維物體的深度值找

回來。在第四節中，我們探討剛體運動（rigid body motion）。因為在本論文中，我們考慮的多面體必需為剛體。因此吾人在對三維物體拍照時，旋轉、平移此三維物體就等於說，此物體在做剛體運動。在第五節中，我們介紹二維影像間的對應關係，並敘述二維影像間可能存在的混淆（ambiguity）情形。

第一節 照相機模式

一般常用的照相機有兩個至要的部分：第一部分為透鏡，另外一部分為感光軟片。當我們在拍照時，前後調整照相機的焦距以便取得最清晰的影像，而所調整的焦距量和三維物及二維影像之間的關係，乃是根據著名的光學法則：

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{g} = \frac{1}{f}$$

而得到，其中 p 乃是透鏡到三維物體之間的距離， g 為二維影像到透鏡之間的距離，而 f 為照相機的焦距，而其幾何關係正如圖 2 - 2。

絕大部分的情況下， f 的值遠小於 p 的值，則由上面所列的方程式可以知道 p 幾乎等於 g ，在這種情況下，三維物體以及二維影像之間的幾何特性，恰巧符合針孔照相機的特性。在針孔照相機的模式中，從三維物體所反射的光線經過照相機的針孔而成像在和平面 $Z = 0$ 所平行的二維平面上。而由針孔照相機所拍攝的二維影像和三維物體的形狀上、下相反，且左、右亦顛倒。但是對我們的眼睛來說，我們可以

想像二維影像是在透鏡和三維物體之間成像，並且將針孔當作我們的視點（viewpoint），如圖 2 - 3

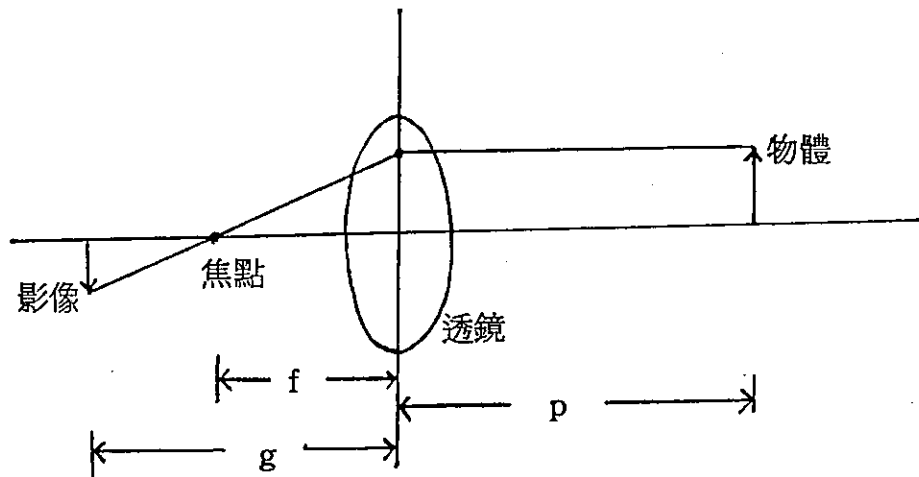


圖 2 - 2 三維物體和二維影像以及焦距間的幾何關係

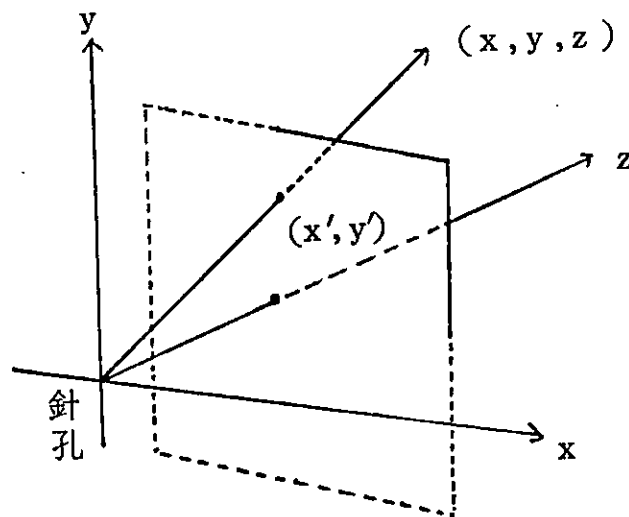


圖 2 - 3 影像投影幾何圖

由於在本論文中，我們假設照相機是靜止在一個固定的位置，因此，爲了方便起見，我們將座標軸平移到一个新的座標系，使得二維影成在平面 $Z = 0$ 上。如圖 2 - 4 所示，在

新的立體座標系中，平面 $Z = 0$ 稱為影像平面，且照相機之視點定在座標點 $(0, 0, F)$ ，而 F 的絕對值即為照相機的焦距。

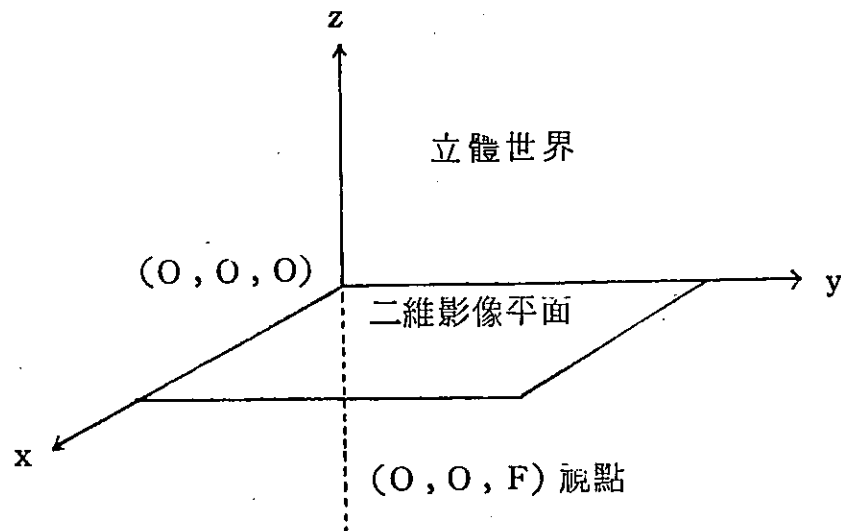


圖 2 - 4 影像平面圖

現在我們來考慮，由針孔照相機所拍攝的二維影像與三維物體之間的幾何關係。如圖 2 - 5 中，假設存在三維物體中之一像點 (scenepoint) $p = (x, y, z)$ ，而像點 p 投影到二維影像中之某一點 $I = (x', y', 0)$ 。

因為由三角形的相似原理，我們知道，

$$\overline{IA} / \overline{PC} = \overline{FI} / \overline{FP} = \overline{FO} / \overline{FQ} = \overline{IB} / \overline{PD},$$

因此可以得到

$$\frac{x'}{x} = \frac{y'}{y} = \frac{F}{F - z},$$

也就是說

$$(x', y') = \frac{F}{F - z} \times (x, y), \text{ 且 } z' = 0, \quad (2.1)$$

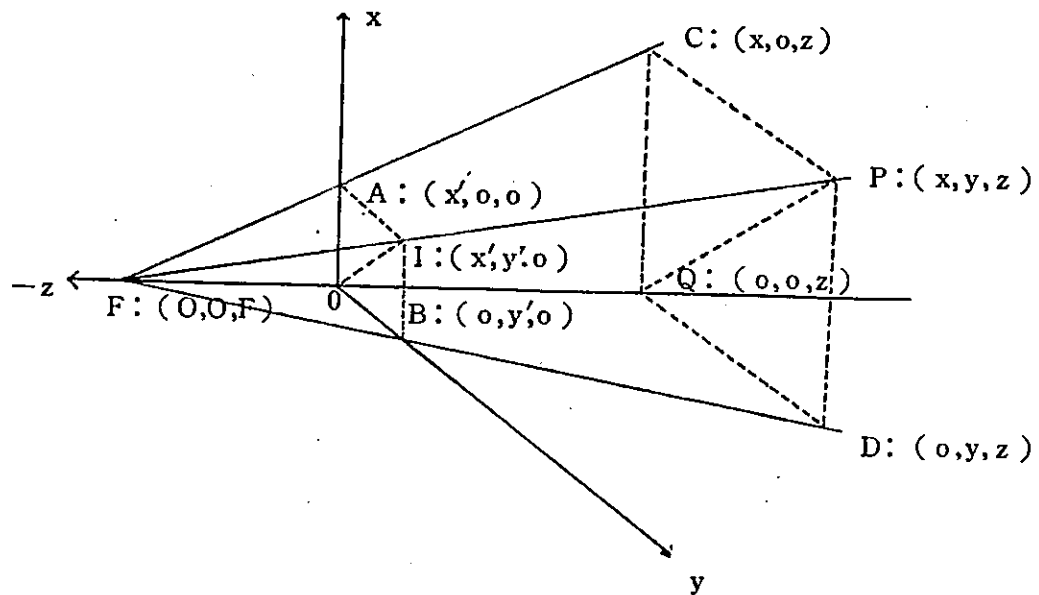


圖 2 - 5 三維像和二維影像點的關係圖

這表示，三維物體之某一像點 (x, y, z) 是轉換到二維影像中的某一點 $(x', y', 0)$ ，而這種型態的轉換正是一種的中心投影 (central projection)。在此所要注意的是：像點 (x, y, z) 投影到二維影像時是乘以一個衰退係數 $F / (F - z)$ 的，而且此像點的深度值喪失掉。而要從二維影像中將三維物體之每一個像點所喪失掉的深度值反求回來是一門深奧且棘手的問題。

第二節 二維影像的前置處理

我們知道，對於一個數位計算機而言，它所能處理的資料也必定要為數位資料才行。而任意一個三維物體除了本身和二維影像之間的幾何關係之外，物體本身的亮度在數位化

的過程中也是一項重要的資訊，而且這些亮點投影到二維影像平面上時，亦將這些資訊記錄起來。

如果用數學化術語，則一個二維影像可以用一個函數 $f(x, y)$ 來表示，我們稱這個函數為強度函數(intensity function)。由於三維物體是投影到二維平面 $Z=0$ 上，因此，我們這裏介紹的強度函數只需要兩個變數即可。而在二維影像中，點 (x, y) 的強度函數值 $f(x, y)$ 即為點 (x, y) 的亮度，也就是所謂的灰度值(gray level)。

在數位化的過程中，取樣(sampling)和量化(quantizing)為兩個主要的步驟。而所謂取樣乃是從影像的灰度值中粹取出一組離散的樣點(sample points)，而由這一組離散的樣點就可重新建照出原來的連續影像。這些取得的樣點就稱為影像元素(pixel)。經過取樣處理後所得到的樣點必需再藉由量化(quantizing)處理。也就是說，將所取的樣點細分為許多個區間(intervals)，而每一個區間代表一個數值。而由這些數值即可表示整個的二維影像。至於取樣和量化的技巧可從任何一本關於數位影像處理的書上找到。如 Rosenfeld [8] 在其書中對於二維影的數位化處理做了詳盡而精闢的探討。

一張數位化後之二維影像輸入電腦後還需經過一些前置處理。例如，還需考慮如何去除雜訊(noise)以減低錯誤？以及如何從數位影像中粹取出二維物體的特徵(feature)？等等。當然，欲從二維影像中瞭解一個三維物體的立體幾何架構之前如何有效而正確的粹取出足以代表一個二維物體的接點(junction)和邊線(line-segment)是相當重要且不可或缺的一個過程。多年來有不少的專家、學者致力研

究如何從數位影像中粹取出二維物體的特徵。如 Herman〔14〕，Shirai〔9〕，Riseman〔15〕和 Ito〔16〕等。

在這篇論文中我們假設可以很正確的得到足以代表二維影像的邊線和接點。我們可以依底下的方式來粹取出二維影像中的所有邊線：首先利用一個 3×3 的 Sobel 運算子 (Sobel operator) 將所有的邊線點粹取出來，接著可以利用 Nevatia & Babu〔6〕所提出的演繹法來將粹取出的所有邊線點加以細化，然後再將所有細化後的邊線點連接起來而成爲邊線。

至於粹取接點的方式可由底下方法來完成：因爲接點的形成在於許多條邊線相交而成。因此，我們可以從粹取出的邊線中找出接點的位置並可決定出此接點的型態。找尋的方法可以設定一個 5×5 的窗戶 (5×5 window) 去檢驗每一條邊線的端點。如果檢驗到某一條邊線的端點，恰巧由兩條邊線相交而成，則這個接點即爲 V-型接點。假如檢驗到的某一條邊線之端點剛好由三條邊線相交而成，那麼這個接點的型態依此三條相交邊線之間的夾角就可分爲：T-型接點 W-型接點以及 Y-型接點等三種型態。但是如果這個 5×5 的窗戶所檢驗到相交於某一邊線端點的邊線數超過三條時，這個接點就稱爲 M-型接點。至於接點型態和邊線型態以及它們所代表的幾何意義我們會在第三章中第三節裏詳細的加以介紹。

第三節 影像變換

我們知道，任何三維物體均可以表示成一組三維像點的

集合。而對於任意一個三維像點 $P = (x, y, z)$ 和它在二維影像平面上的投影點 $I = (x', y')$ 之間的關係就如式子 (2.1)，而這種變換 (transformation) 正是所謂的中心投影。由圖 2-5 中，我們可以很清楚地看出，在我們所採用的針孔照相機模式裏，三維像點 P 經由中心投影而投影到二維影像平面上的 I 點時，像點 P 的深度值喪失掉。在本節中，我們將利用一套數學模式去定義所謂的中心投影。此外，我們亦將定義一些在本篇論文章會用得到的影像變換。藉著這些影像變換，我們就可在條件充分下，將三維像點在二維影像平面上投影時所喪失掉的深度值反求回來。

一般討論三維物體在二維影像平面上的投影時，大都分為兩種來考慮：第一種為平行投影 (parallel projection)。第二種為透視投影 (perspective projection)。在平行投影的模式中，假設照相機是放置在離所要觀察的三維物體無限遠的地方，也就是說，將視點固定在無限遠的地方。而在第二種的透視投影模式中，照相機之視點乃固定在一個有限遠的地方。Duda & Hart [3] 曾經針對這兩種投影模式做過詳盡的分析與比較。普通在對一個三維物體拍照時，通常我們都將照相機移至靠近物體的地方觀察。換句話說，在針孔照相機模式下所形成的中心投影，其實是透視投影的一種。根據式子 (2.1) 中三維像點 P 和二維影像點 I 的幾何關係，我們首先定義透視變換：

定義 2.1：假設照相機之視點固定在 $(0, 0, F)$ 的座標點位置。對於任意的三維像點 (x, y, z) ，我們定義透視變換 (perspective transformation) P

如下：

$$P(x, y, z) = \frac{F}{F-z} \times (x, y, z)$$

從定義 2.1 可知，一個三維像點經由透視變換 P ，等於乘上一個衰退係數 $F / (F - z)$ 。或是說，對於任意一個三維物體 Ω ，經由一個透視變換即可將三維物體 Ω 轉換成另外一個三維物體 Ω' ，而 Ω' 的體積大小只為 Ω 體積的 $F / (F - z)$ 倍而已。由於在我們的照相機模式中，二維影像乃是成像在平面 $Z = 0$ 上，因此在定義中心投影之前，我們得先定義正交投影 (orthogonal projection)：

定義 2.2：若 R^3 為佈於實數界的向量空間，則對於任意一個三維座標點 (x, y, z) ，我們定義一個正交投影 $O : R^3 \rightarrow R^3$ ，如下：

$$O(x, y, z) = (x, y, 0)$$

很明顯的，正交投影 O 可將一個三維物體投影到平面 $Z = 0$ 上。接著，我們利用透視變換 P 和正交投影 O 來定義中心投影：

定義 2.3：假設照相機之視點固定在座標點 $(0, 0, F)$ 的位置。而 P 為透視變換，且 O 為正交投影。對於任意的三維像點 (x, y, z) ，我們定義中心投影 C ，如下：

$$C(x, y, z) = O(P(x, y, z)) = \frac{F}{F-z} \times (x, y, 0)$$

對於一個三維物體 Ω ，我們用 $C(\Omega)$ 來表示三維物體 Ω 在二維影像平面上的投影。在此值得注意的是：因為正交

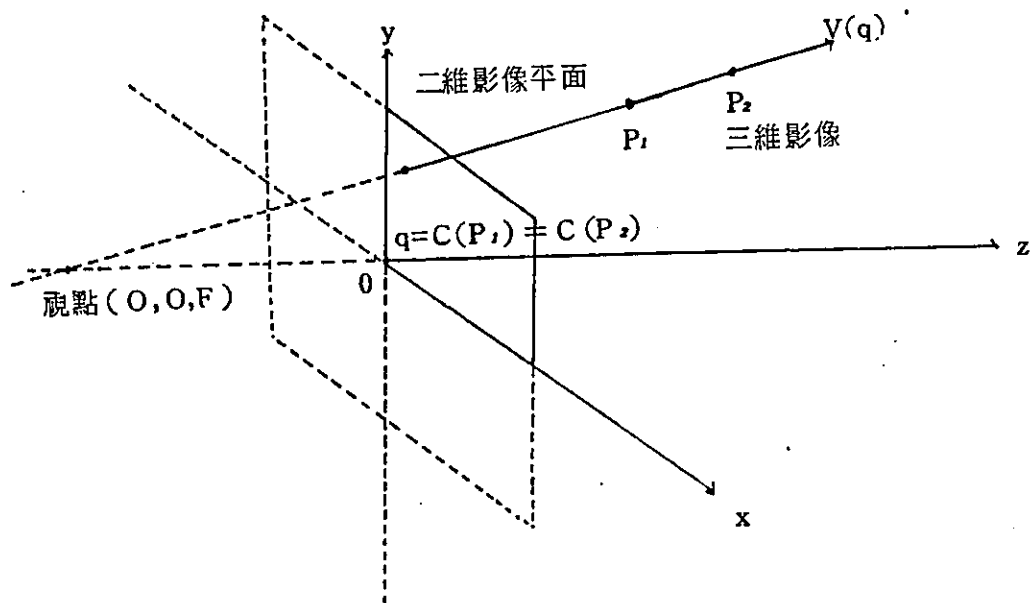


圖 2-6 中心投影及反透視變換之關係圖

投影 O 可將任意的三維座標點 (x, y, z) 投影到平面 $Z = 0$ 上之座標點 $(x, y, 0)$ ，也就是說，存在 $x, y, z_1, z_2 \in \mathbb{R}$ ， $z_1 \neq z_2$ ，使得

$$O(x, y, z_1) = O(x, y, z_2)$$

因此，我們可以瞭解，正交投影事實上是一個 n 對一的對應，而藉由正交投影 O ，我們可以推得：

$$C(x, y, z_1) = C(x, y, z_2)$$

故，中心投影也是 n 對一對應。如圖 2-6，三維像點 P_1 及三維像點 P_2 經由中心投影 C 投影到二維影像平面時 $C(P_1) = C(P_2)$ 事實上，對於二維影像平面上之點 $C(P)$

到三維影像點 P 之半線上的任何一個座標點均會投影到

C (P)。底下我們定義反透視變換：

定義 2.4：假設照相機的視點固定在座標點 (0, 0, F) 的位置。對於任何二維影像平面 Z=0 上的座標點

(x, y, 0)，我們定義反透視變換 (inverse perspective transformation) V 如下：

$$V(x', y', 0) = \{x, y, z \mid C(x, y, z) = (x', y', 0), \\ \text{且 } z \geq 0\}$$

由定義 2.4 可知，反透視變換為 1 對 n 的對應。對於二維影像平面上的一點 q = (x, y, 0) 則 V (q) 即為半線：

$$(x, y, 0) + (-x/F, -y/F, 1) \times z, \quad z \geq 0$$

由圖 2-6 可看出，對於二維影像平面上的一點 q，V (q) 即為從 q (或 C (P₁) 或 C (P₂)) 到三維像點 P₁ (或 P₂) 的半線。相同的，一個位於二維影像平面上的線段 L，V (L) 即為一個半面 (half-plane)。因此，只從二維影像平面上之點 q，我們無法得知它的原三維像點究竟是 P₁ 或 P₂？而吾人欲從單張的二維影像去重建三維物體，勢必發生混淆的情形。

第四節 剛體運動

先前曾經提及，在這篇論文中，我們假設照相機是靜止在某一個固定的位置，而只是旋轉及平移所要拍攝的三維物體而已。如圖 2-1，照相機固定在視點 F，三維物體則放在一個可以上、下、左、右旋轉自如的旋轉盤上。大家都知

道，當一個三維物體僅作旋轉和平移的運動時，事實上也就是在作所謂的剛體運動 (rigid body motion) 。而對於任何一個剛體運動 M ，都可以表示成爲如下的轉換：

$$M(x, y, z) = (x, y, z) \times R + T$$

其中 R 爲一個 3×3 的正規矩陣 (orthonormal matrix) ，且 $\det(R) = 1$ ，稱爲剛體運動 M 的旋轉矩陣。

$$R = \begin{pmatrix} n_1^2 + (1-n_1^2)\cos\theta & n_1n_2(1-\cos\theta) + n_3\sin\theta & n_1n_3(1-\cos\theta) - n_2\sin\theta \\ n_1n_2(1-\cos\theta) - n_3\sin\theta & n_2^2 + (1-n_2^2)\cos\theta & n_2n_3(1-\cos\theta) + n_1\sin\theta \\ n_1n_3(1-\cos\theta) + n_2\sin\theta & n_2n_3(1-\cos\theta) - n_1\sin\theta & n_3^2 + (1-n_3^2)\cos\theta \end{pmatrix}$$

在此 n_1 、 n_2 及 n_3 爲方向餘弦，且 $n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 1$ ， θ 爲三維物體的旋轉角度。而 $T = (dx, dy, dz)$ 稱爲平移向量。參數 $n_1, n_2, n_3, \theta, dx, dy$ ，以及 dz 即稱爲剛體運動 M 的運動參數 (motion parameter)。由於剛體運動 M 的旋轉矩陣 R 有 $|R| = 1$ 的特性，因此 M 可以保存原有三維物體之立體幾何架構中，面與面之間的角度，頂點與頂點之間的距離，此外 M 亦可以保存原有三維物體的體積。

對於一個剛體運動 M 而言，它也正是所謂的仿射變換 (affine transformation) ，而對於一個仿射變換 T 來說，必定存在唯一的反仿射變換 (inverse affine transformation) T^{-1} ，使得 $T T^{-1} = T^{-1} T = I$ ，其中 I 爲單位矩陣 (identity matrix) 。換句話說，對於任一個剛體運動 M ，必定也存在唯一的反剛體運動 (inverse rigid body motion) M^{-1} ：

$$M^{-1}(x, y, z) = (x, y, z) \times R^{-1} - T \times R^{-1}$$

很顯然的， M^{-1} 也是一個剛體運動。此外，三度空間中的仿射變換 T 還有一個非常美妙的特性： T 可將一個三維平面對

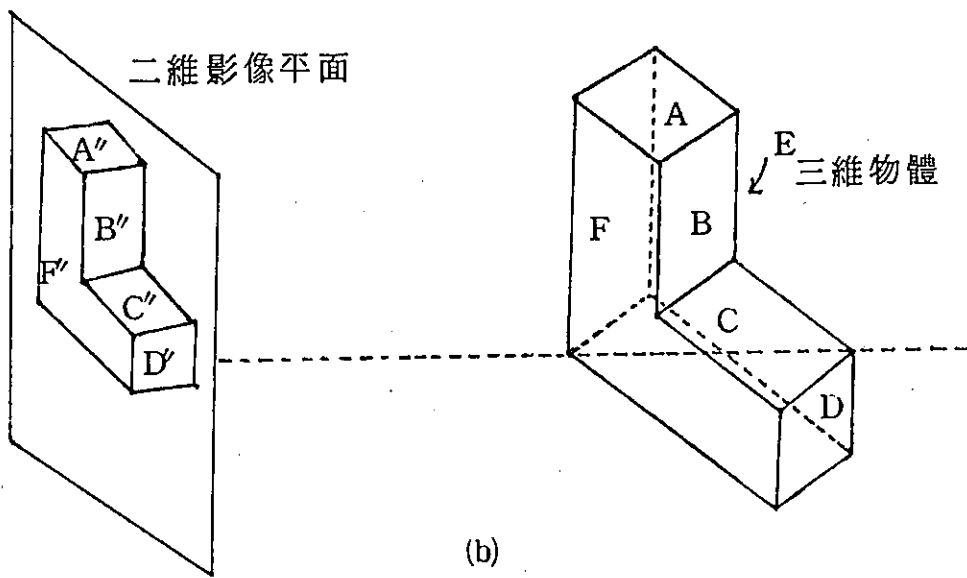
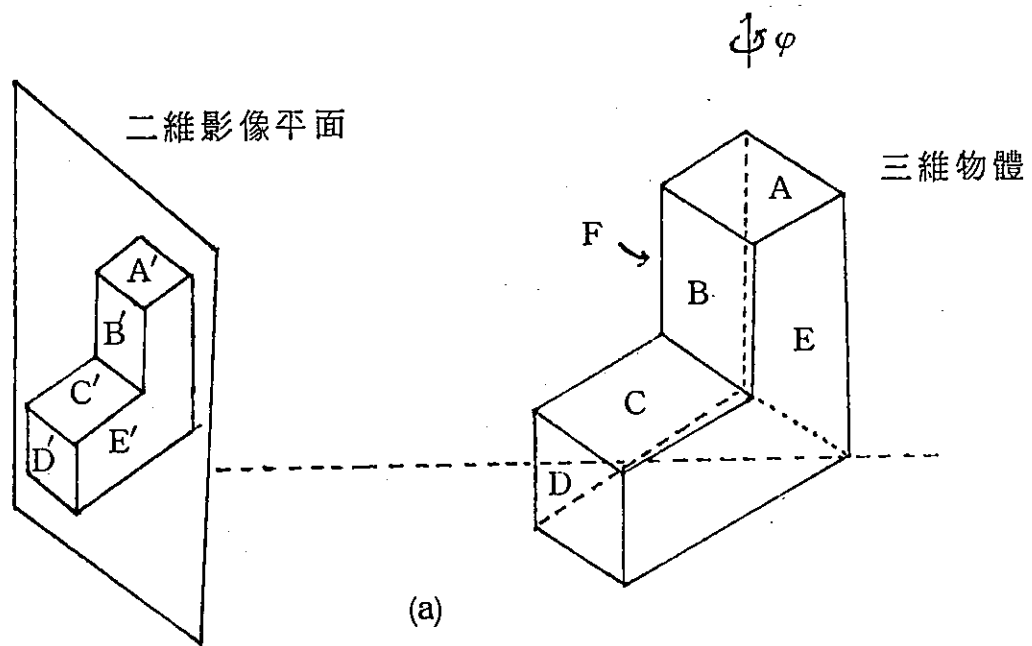


圖 2 - 7 三維物體旋轉圖

映到三維平面，而且可將三維線段對映到三維線段。當然，剛體運動M亦可將三維平面對映到三維平面，亦可將三維物體之邊線對映到另外一個位置的三維邊線。

底下我們舉一個例子來看看這些轉換參數如何由圖2-1中，照相機與旋轉盤間的幾何關係圖中求得？

範例 2.1：如圖 2-7(a) 中的三維物體 Ω ，圖中左邊為此三維物體在二維影像平面上的投影 $C(\Omega)$ ，而三維物體 Ω 之面 A、B、C、D、E 分別投影到二維影像平面上之區域 A' 、 B' 、 C' 、 D' 、 E' 。假設我們將旋轉盤的旋轉軸定在 $Y=0$ ，且 $Z=C$ 線上，依逆時針方向旋轉一個角度 φ ，而成圖 2-7(b) 的觀察角度（面 A、B、C、D、E 分別投影到二維影像平面上之區域 A'' 、 B'' 、 C'' 、 D'' 、 E'' ）。因為旋轉軸平行於 x 軸的緣故，則旋轉軸的方向餘弦， $n_1=1$ ， $n_2=0$ ，且 $n_3=0$ 。因此由方向餘弦 n_1 ， n_2 ， n_3 以及旋轉角度 φ 所求得的旋轉矩陣為：

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & \sin\varphi \\ 0 & -\sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix}$$

因此，對於三維物體 Ω 中之可見像點（visible scene point） $P = (x, y, z)$ ，可得到：

$$\begin{aligned} & [(x, y, z) - (O, O, C)] \times R + (O, O, C) \\ & = (x, y, z) \times R + T \end{aligned}$$

故我們可取 $T = (dx, dy, dz)$ ，使得：

$$dx = 0$$

$$dy = -C \cdot \sin\varphi$$

$$dz = C + C \cdot \cos\varphi$$

所以我們可以得到剛體運動M的所有運動參數，
而且，

$$M(x, y, z) = (x, y, z) \times R + T$$

由這個剛體運動M，我們就可以得到如圖2-7(b)
中的三維物體之觀察角度以及二維影像 $C(M(\Omega))$ 。

第五節 二維影像及其混淆情形

因為在這篇文章中，我們限制欲觀察的三維物體為不透明的物體，因此，對於任何一個放置於旋轉盤上的三維物體 Ω 來說，由於人們的視力範圍有限，並非所有構成三維物體 Ω 的像點都可以看得到。理由很簡單，由於中心投影（central projection）C為n對一的對應，也就是說，中心投影C可將三度空間中的n個像點對應到二維影像平面上之一點。或是說，光源接觸到三維物體的每個像點時，有部分像點的反射光被其它像點的反射光所遮蔽之故。因而，當光線反射到我們眼裏時，只看到部分的像點。如圖2-8中，像點P為可見像點（visible scene point），而像點q則為隱形的不可見像點（invisible scene point），但是它們在二維影像平面上的投影 $C(P)$ 以及 $C(q)$ 卻是相等的。

基於上述因素，當一個三維物體 Ω 投影到二維影像平面時，其時只有部分的物體架構可看見到，而有一部分的訊息

喪失掉，又如圖 2-7(a) 的三維物體投影到二維影像平面時，只能 A、B、C、D、E 五個面的訊息。而根據這些部分的片段訊息，吾人也只能瞭解其原有三維物體的部分拓撲關係 (topological relation) 而已。

在這篇文章中，我們用符號 $C(M_i(\Omega))$ 來表示一個置於旋轉盤上的三維物體 Ω ，經由一個旋轉，平移之剛體運動 M_i 後，再由中心投影 C ，投影到二維影像平面上的二維影像。很顯然的，對於一個三維物體 Ω 而言，如果存在兩個不相等的剛體運動分別對應兩張二維影像 $C(M_i(\Omega))$ 和 $C(M_j(\Omega))$ 。因為對應不同的剛體運動就表示對三維物體 Ω 的觀察角度不同。因此，所見到的二維影像 $C(M_i(\Omega))$ 以及 $C(M_j(\Omega))$ 極不可能完全為三維物體 Ω 之某些可見像點的同時投影。

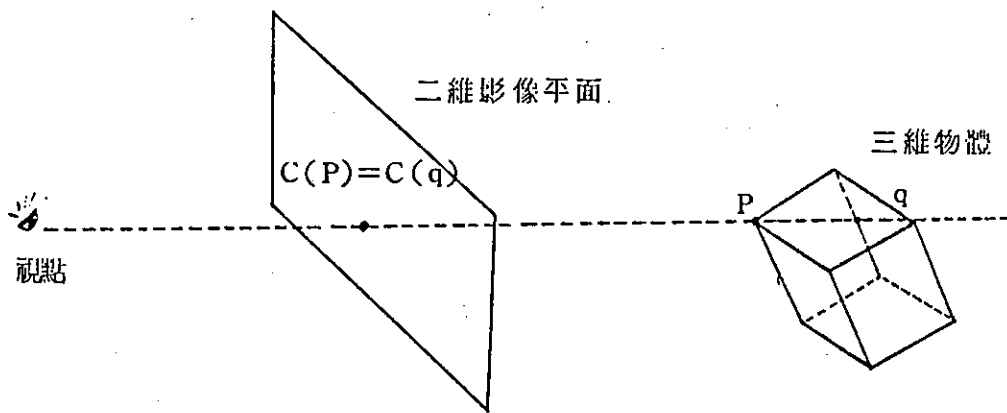


圖 2-8 三維物體之可見圖

換句話說，若在剛體運動 M_i 的對應角度恰可見到 n 個頂點 $\{V_1, V_2, \dots, V_n\}$ 以及 m 個邊 $\{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ ，則在另外一個剛體運動 M_j 的對應角度是極不可能恰巧也只觀察到

這些 n 個頂點以及 m 個邊的。

當我們從各種不同角度觀察到的多張二維影像中去瞭解三維物體的立體幾何架構時，一定會碰到令人感到沮喪且棘手的嚴重問題——匹配問題 (matching problem)。譬如說，我們將三維物體 Ω 放置在旋轉盤上旋轉，由各種不同的角度而得到 n 張二維影像 $\{C(M_1(\Omega)), C(M_2(\Omega)), \dots, C(M_n(\Omega))\}$ ，可是在瞭解三維物體 Ω 的過程中，我們往往不知道某一個二維影像 $C(M_i(\Omega))$ 的某一個可見區域 (邊線、接點) 和另外一張二維影像 $C(M_j(\Omega))$ 的某一個可見區域 (邊線、接點)，在三維物體 Ω 原有的立體架構中是否屬於同一個面 (邊、頂點)，因此在辨認的過程中很有可能發生混淆 (ambiguity) 的情形。

接下來我們定義一個在本篇文章中常見到的關鍵名詞：
定義 2.5：假設 C 為中心投影， M_i 及 M_j 為兩個不同的剛體運動。對於一個三維物體 Ω 而言，若存在 Ω 中之某一個面 F ，使得 $C(M_i(F))$ 在二維影像 $C(M_i(\Omega))$ 中是可見的 (visible)，而且 $C(M_j(F))$ 在二維影像 $C(M_j(\Omega))$ 中亦是可見的，則 $C(M_i(F))$ 和 $C(M_j(F))$ 彼此互稱為對應面 (corresponding face)。

同樣的，我們亦可定義出對應邊 (corresponding edge) 和對應頂點 (corresponding vertex)。如圖 2-9，假設從兩個不同角度觀察三維物體 Ω 而得到兩張二維影像：二維影像(1)和二維影像(2)。其中二維影像平面(1)中的區域 R 和二維影像平面(2)中的區域 R 同樣都是由三維物體 Ω 之下面分別在二維

影像平面(1)以及二維影像平面(2)上之投影。因此， R 和 R' 互為對應面。同理，二維影像平面(1)中的邊 e （或頂點 A 、 B ）和二維影像平面(2)中的邊線 e' （或頂點 A' 、 B' ）互稱為對應邊（或對應頂點）。

在圖2-10中，二維影像平面上之影像區域 R ，乃是觀察L型三維物體 Ω 而得到。可是當我們從二維影像平面上之區域 R 去瞭解三維物體 Ω 時，我們會發現，只有一張二維影像，我們並沒有足夠的資訊可以知道到底區域 R 是由L型三維物體 Ω 之 F 面或是 F' 面在二維影像平面上之投影？這就是所謂的混淆問題？但是，如果對於三維物體 Ω 之某個面 F ，我們至少可以找到兩張二維影像 $C(M_i(\Omega))$ 和 $C(M_j(\Omega))$ ，其中，二維影像 $C(M_i(\Omega))$ 包含可見區域 R_i ，且區域 $R_i = C(M_i(F))$ ，而且二維影像 $C(M_j(\Omega))$ 包含可見區域 R_j ，且區域 $R_j = C(M_j(F))$ ，也就是說，區域 R_i 和區域 R_j 互為對應面，則根據區域 R_i 和區域 R_j ，我們可以藉由 $M_i^{-1}(V(R_i))$ 和 $M_j^{-1}(V(R_j))$ 正確的決定出面 F 的立體幾何架構。Tsai [13] 在其論文中，對三維物體的重建問題以及對應面（對應邊、對應頂點）的問題做了詳盡的探討。而在這篇論文中，我們將問題的重心移到如何找出二維影像間的對應面？即所謂的匹配問題？換句話說，我們在瞭解三維物體的幾何架構時，必先解決匹配問題。

在接下來的幾章中，我們根據本章所介紹的影像模式去瞭解三維物體的幾何架構。

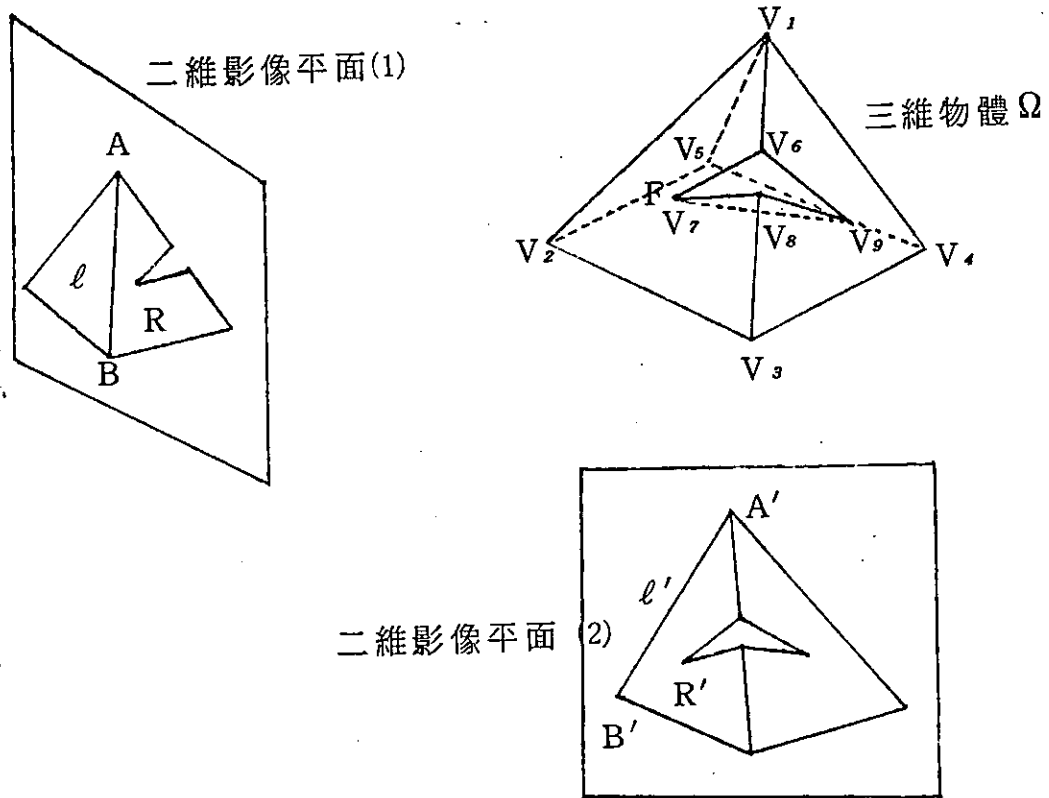


圖 2 - 9 二維影像的對應圖

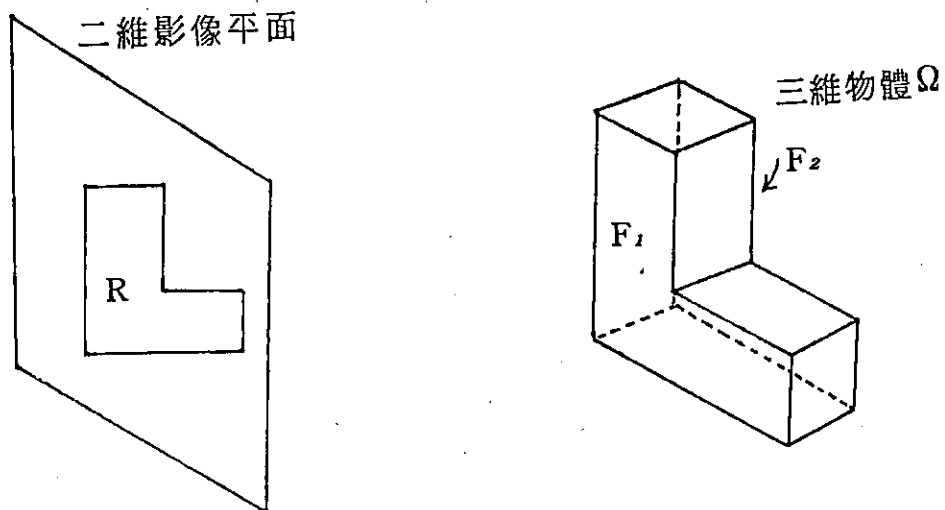


圖 2 - 10 影像的混淆圖

第三章 二維影像中不完整區域之尋求

對於一個凸形平面物體 (convex planar surface object) 來說，不論觀察者處在何種位置，他所看到的面絕對不可能被遮到，也就是說只要能看到的面，必定為完整的面。但是對於一個凹形平面物體 (concave planar surface object) 來說，觀察者所看到的影像往往包含那些部分被遮到的面 (partial occluding faces)。一旦某個面被部分遮到，那麼這個面也就喪失原有的幾何意義，而在瞭解其立體架構的過程中也就更容易造成混淆的情形。在這篇文章中我的做法是從拍攝進來的影像中，將部分被遮到的面除去，而只有考慮那些完整的面以及它們之間的關係。由逐步觀察到的影像中從而瞭解其原有的立體架構。在這一章中我們就來探討如何從觀察到的影像中將部分被遮到的面找出來。

本章共分四節。在第一節中，我們敘述及定義一些在本篇論文中常用的一些符號或關鍵性的名詞。接著在第二節中我們觀察二維影像中區域與區域之間的相連關係，歸納出四個可能造成某些區域被部分遮蔽的原因。因而針對這四個原因，我們利用二維影像的標線法 (line labeling scheme) 來找出這些被部分遮蔽的區域。在第三節中我們介紹前人如何利用標線法從二維影像中去瞭解其原有三維物體之立體幾何關係。自從標線法被提出來做影像分析 (scene analysis) 之後，在短短十幾年中有眾多的專家學者致力於利用標線法做影像分析的研究。由於他們的貢獻使我們得以敢放心的大

瞻往更深一層去探討。但是前人所做的研究絕大部分只專對單張二維影像做分析。在這篇論文中，我們利用前人之標線法在影像分析上之成果，先對每一張二維影像做標線後再加以處理。在第四節中，我們利用標線後之二維影像，提出數個啓發式法則（ heuristic rules ）來將被部分遮蔽的區域找出來。

對於觀察到的每一張二維影像，當二維影像中的不完整區域被找出來之後，我們將這些不完整的區域去除掉，只考慮那些完整的區域以及他們之間的拓樸關係（ topological relation ）。而後我們考慮這些去除不完整區域後的二維影像做最後的處理。在第四章中，我們就將要介紹整個三維物體的瞭解過程。

第一節 名詞定義

在這一節中，我們將描述在這篇文章中比較常見的一些名詞，然後定義幾個較為重要的關鍵名詞及符號。

我們知道，對於一個三度空間中的平面物體（ planar surface object ） Ω 而言，它的組成要素為：頂點（ vertex ），邊（ edge ），以及面（ face ）。而物體 Ω 在二度空間中影像平面上的投影 $C(M(\Omega))$ 即由：接點（ junction ），邊線（ line-segment ）和區域（ region ）所構成。也就是說，三度空間中三維物體的頂點、邊和面分別對應到它在二度空間中二維影像平面上的接點、邊線以及區域。

一個二維影像平面上之區域 R 乃是由邊線以及接點所構

成。在粹取一個區域 R 的過程中，首先我們找出一個邊線 L_1 ，然後依順時針方向取出和邊線 L_1 相鄰(相交)而且和邊線 L_1 間之逆時針交角最小的邊線 L_2 ，而後從邊線 L_2 出發，用同樣方法找出 L_3 ， \dots ， L_i ， \dots ， L_n ，直到找出邊線 $L_{n+1}=L_1$ 時，那麼區域 R 即由 L_1 ， L_2 ， \dots ， L_n 所構成。在這篇論文中爲了處理上的方便以及符號上的統一當我們說，某一個區域 R 由 n 個邊線 L_1 ， L_2 ， \dots ， L_n 和 n 個接點 J_1 ， J_2 ， \dots ， J_n 所構成時，這些邊線 L_1 ， L_2 ， \dots ， L_n 以及接點 J_1 ， J_2 ， \dots ， J_n 都是依照順時針方向排列的。在此值得注意的是：二維影像 $C(M(\Omega))$ 中之接點並不一定是由三維物體上之頂點 V 在二維影像平面上的投影而得到。例如圖 3-1 中，接點 J_3 就不是由 L 型三維物體之任何頂點在二維影像平面上之投影。

接著，我們定義一些重要的關鍵名詞及符號：

定義 3.1：假設 Ω 爲一個三維物體，且 Ω 由 m 個面 f_1 ， f_2 ， \dots ， f_m 以及 n 個邊 e_1 ， e_2 ， \dots ， e_n 和 p 個頂點 v_1 ， v_2 ， \dots ， v_p 所構成。那麼我們定義 Ω 如下：

$$\Omega = (F, E, V),$$

$$\text{其中 } F = \{ f_1, f_2, \dots, f_m \},$$

$$\text{且 } E = \{ e_1, e_2, \dots, e_n \},$$

$$\text{且 } V = \{ v_1, v_2, \dots, v_p \}。$$

在定義 3.1 中，集合 E 爲一個佈於 V 中的二元關係 (binary relation)，也就是說，對於集合 E 中的任一個元素 e_i 相等次序對 (ordered pair) (v_x, v_y) ，其中 $v_x, v_y \in V$ 。而集合 F 中之每一個面 f_i 乃是由 V 中之某些頂點及集合 E 中之某些邊所構成。底下我們定義一個二維區域。

定義 3.2 : 假設 Ω 爲一未知三維物體，而 $C(M(\Omega))$ 爲對應於 Ω 之二維影像。如果二維影像 $C(M(\Omega))$ 中存在某一個區域 R 依順時針方向由 n 個接點 J_1, J_2, \dots, J_n 以及 n 個邊線 L_1, L_2, \dots, L_n 所構成， $n \geq 3$ 。那麼，我們定義區域 R 如下：

$$R = (J, L),$$

$$\text{而 } J = \{ J_1, J_2, \dots, J_n \},$$

$$\text{且 } L = \{ L_1, L_2, \dots, L_n \},$$

$$\text{其中 } L_i = (J_i, J_{i+1}), \quad i=1, 2, \dots, n-1,$$

$$\text{而 } L_n = (J_n, J_1)。$$

如圖 3-1 中，在二維影像平面上之區域 A' 依順時針方向由四個接點 $J = \{ J_1, J_2, J_3, J_4 \}$ 以及四個邊線 $L = \{ L_1, L_2, L_3, L_4 \}$ 所構成，因此我們說 $A' = (J, L)$ 。接著我們定義所謂的合理區域：

定義 3.3 : 假設 $\Omega = (F, E, V)$ 爲一未知三維物體，對於一個二維影像 $C(M(\Omega))$ ，我們定義一個合理區域 (legal region) R 如下：

假設集合 F 存在一個面 f_i 由 n 個邊 e_1, e_2, \dots, e_n 及 n 個頂點 v_1, v_2, \dots, v_n 所構成。而二維影像 $C(M(\Omega))$ 中存在某一個區域 $R = (J, L)$ ，其中 $J = \{ J_1, J_2, \dots, J_n \}$ 。且 $L = \{ L_1, L_2, \dots, L_n \}$ 。如果 $C(M(v_i)) = J_i$ 且 $C(M(e_i)) = L_i$ ， $i=1, 2, \dots, n$ 。則區域 R 稱爲合理區域。

如圖 3-1 中，L 型三維物體之面 A 由四個頂點 v_1, v_2

， v_3 及 v_4 和四個邊 e_1 ， e_2 ， e_3 和 e_4 所構成。而它對應到二維影像平面中之區域 A' ，且區域 A' 由四個接點 J_1 ， J_2 ， J_3 ， J_4 和四個邊線 L_1 ， L_2 ， L_3 ， L_4 所構成。而且三維頂點 v_i 對應到二維接點 J_i ，且三維邊 e_i 對應到二維邊線 L_i ， $i=1, 2, 3, 4$ 。因此區域 A' 為一個合理區域。

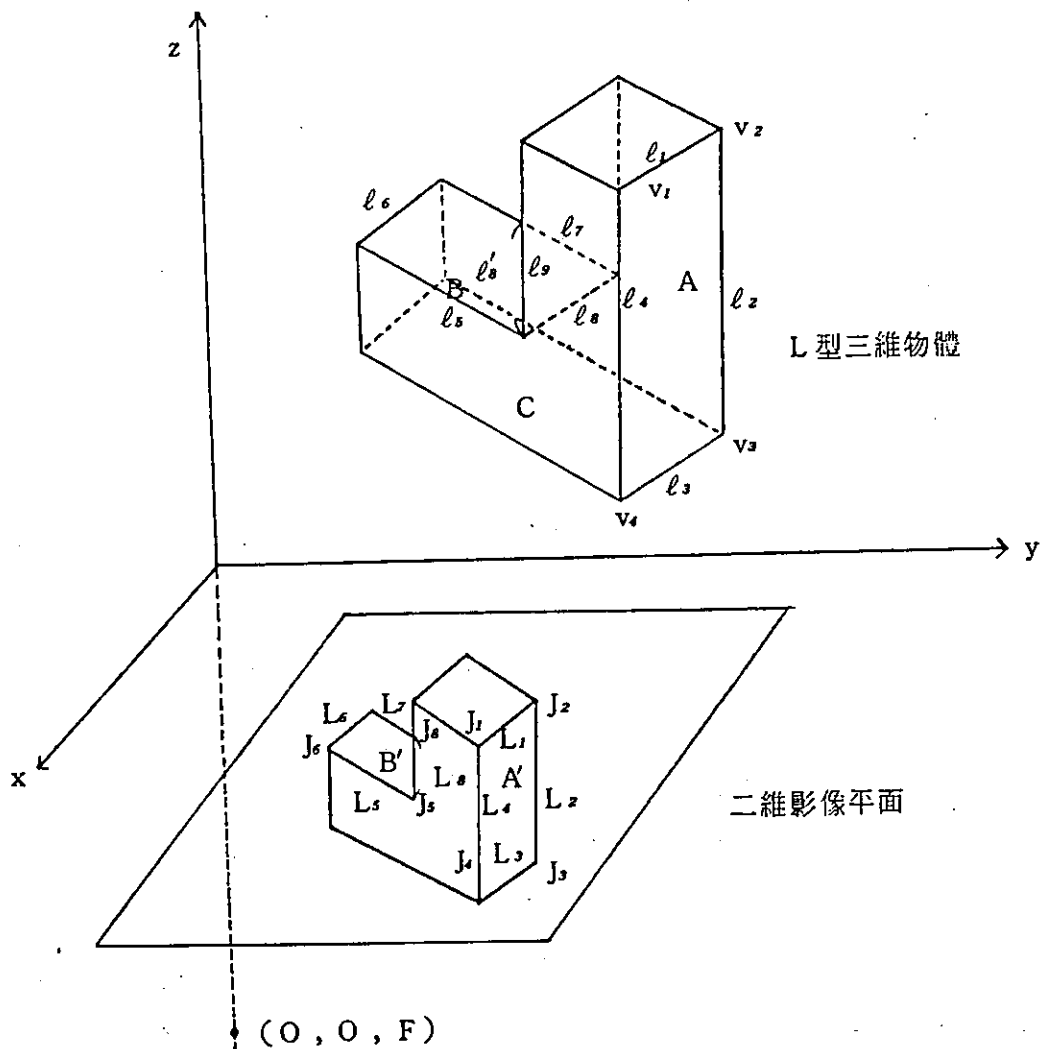


圖 3 - 1 : 三維物體之投影圖

當我們在觀察一個凹狀物體時，極有可能所見到面是被其它的面所部分遮蔽的，也就是說，此凹狀物體在二維影像平面上的投影極有可能包含一些不合理的區域（illegal region），而這就是所謂的部分被遮面（partial occluding face）。底下我們就來定義部分被遮面：

定義 3.4：假設 $\Omega = (F, E, V)$ 為一未知三維物體，對於一個二維影像 $C(M(\Omega))$ ，我們定義一個部分被遮面（partial occluding face） R 如下：假設二維影像 $C(M(\Omega))$ 中存在某一個區域 $R = (J, L)$ ，其中 $J = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$ 且 $L = \{L_1, L_2, \dots, L_n\}$ 。如果區域 R 至少存在兩個相鄰的邊線 L_i, L_{i+1} ，而且對於三維物體 Ω 中之任意兩個相鄰邊 e_p 和 e_{p+1} ，滿足

- (1) $C(M(e_p)) \neq L_i$ 且 $C(M(e_{p+1})) \neq L_{i+1}$ ，
 - 或 (2) $C(M(e_p)) \neq L_{i+1}$ 且 $C(M(e_{p+1})) \neq L_i$ ，
 - 或 (3) $C(M(e_p)) = L_{i+1}$ 但 $C(M(e_{p+1})) \neq L_i$ ，
 - 或 (4) $C(M(e_p)) = L_i$ 但 $C(M(e_{p+1})) \neq L_{i+1}$ ，
- 則區域 R 即為部分被遮面。

例如，圖 3-1 中，二維影像平面上之區域 $B' = (J', L')$ 其中， $J' = \{J_5, J_6, J_7, J_8\}$ ，且 $L' = \{L_5, L_6, L_7, L_8\}$ 由圖可看出邊線 $L_6 = C(M(e'_6))$ ，但是邊 e'_6 在 L 型三維物體中只是面 C 中之邊 e_9 的部分線段而已。同理，邊線 L_7 亦不為 L 型三維體之任何邊在二維影像平面上的投影。事實上，L 型三維物體的面 B 中之邊 e_7 被面 C 部分遮到，且面 B 中之邊 e_8 完全被面 C 遮蔽。因此它在二維影像平面上之投影一

區域 B' ，其實就是一個部分被遮面。

第二節 造成部分被遮面的原因

對於一個凹狀平面物體來說，如果觀察者位於某一個固定位置而旋轉平移此物體，那麼觀察者所看到的影像極有可能包含部分被遮面（partial occluding face）。在這一節中我們探討可能造成部分區域被遮蔽的原因。

如果我們考慮二維影像中封閉區域和封閉區域之間的關係，那麼我們會發現，對於兩個合理區域（legal region） A ， B ，它們的相連（attaching）關係只有一種，也就是兩個區域 A ， B 共同擁有一些完整的邊線。但是如果某一二維影像中包含了部分被遮蔽的區域，那麼封閉區域和封閉區域之間的關係就要複雜許多，而且自然而然的就會產生不合理區域一部分被遮面的情形。

若純粹考慮區域與區域之間邊線和邊線的關係，則造成部分被遮面的情形有兩種：第一種情形為某一區域 R 的某些邊線完全被其它區域所遮蔽。如圖 3 - 2 (a) 中，區域 R 之邊線 L_1 ， L_2 ， L_3 ， L_4 完全被物體 A 所遮蔽，因此造成部分被遮面。而物體 A 可能是一個區域或是數個區域。第二種情形是，某一個區域 R 的某些邊線有一部分被其它區域所遮蔽。如圖 3 - 2 (b) 中，區域 R 的邊線 L_3 被物體 A 所遮蔽一部分，因此區域 R 為部分被遮面。

根據以上兩種情形，我們歸納出幾個可能造成部分被遮面的原因，接著我們就來討論這幾個可能造成部分被遮面的

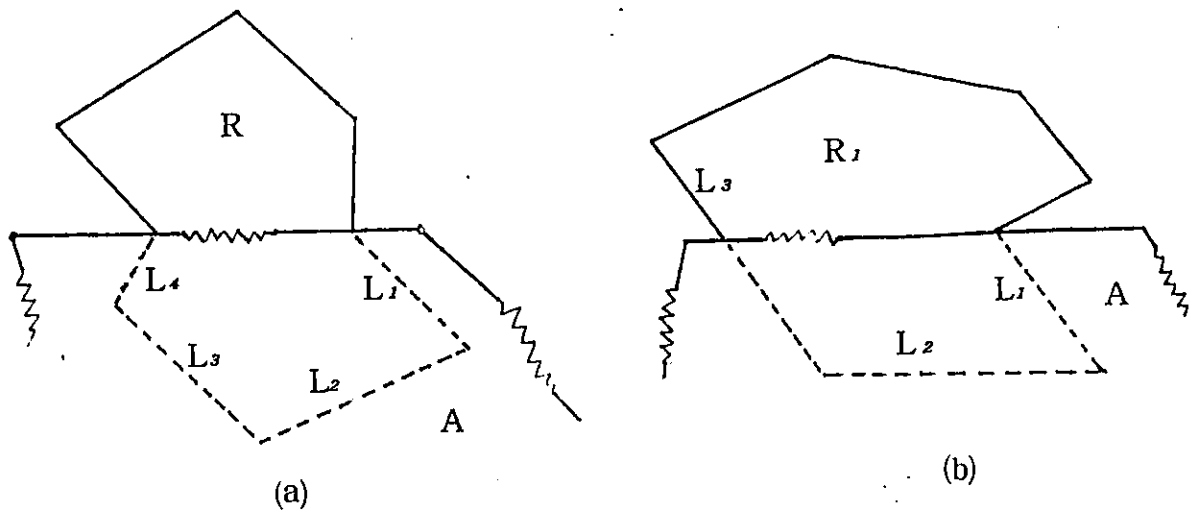


圖 3 - 2 區域被部分遮蔽圖

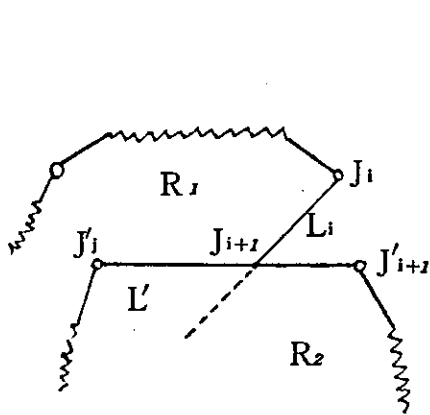


圖 3 - 3 部分被遮面之一

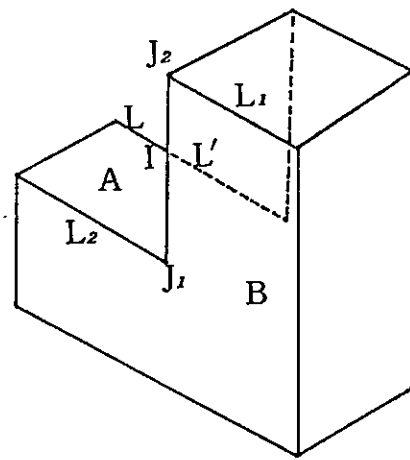


圖 3 - 4 部分被遮面之二

的原因：

- (1) 假設二維影像 $C(M(\Omega))$ 中存在某一個區域 $R_1 = (J, L)$ ，其中 $J = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$ 且 $L = \{L_1, L_2, \dots, L_n\}$ 。以及另外一個區域 $R_2 = (J', L')$

，其中 $J' = \{ J'_1, J'_2, \dots, J'_n \}$ 且 $L' = \{ L'_1, L'_2, \dots, L'_m \}$ 。如果區域 R_1 中存在某一個邊線 L_1 和區域 R_2 中的某一個邊線 L'_j 相交，但是邊線 L_1 和邊線 L'_j 的交點不為邊線 L_1 的兩個端點 J_i 或 J_{i+1} 。則造成了部分被遮面。

在(1)所敘述的如圖 3-3 中，區域 R_1 中的邊線 $L_1 = (J_1, J_{i+1})$ 和區域 R_2 中的邊線 L'_j 相交於點 J_{i+1} ，但是 J_{i+1} 並不等於 J_i 或 J_{i+1} ，由圖 3-3 中可看出邊線 L_1 實際上是某一個邊線的一部分線段而已，至於看不見的部分乃是被區域 R_2 所遮蔽之故。因此，無疑的，區域 R_1 為部分被遮面。而(1)中所述的就是某個區域之某些邊線被部分遮蔽的情形。例如圖 3-4 中之二維影像，區域 A 中的邊線 L 和區域 B 的邊線 L' 相交於點 I ，而 I 不為邊線 L' 的兩個端點 (J_1 或 J_2)。很明顯的，區域 A 的部分區域被區域 B 所遮蔽，故區域 A 為部分被遮面。接下來我們敘述第二個可能造成部分被遮面的原因：

(2) 假設二維影像 $C (M (\Omega))$ 中存在某一個區域 $R = (J, L)$ ，其中 $J = \{ J_1, J_2, \dots, J_n \}$ 且 $L = \{ L_1, L_2, \dots, L_m \}$ 。如圖 3-5，若區域 R 中存在某一個邊線和其它區域的某些邊線連成一直線，則可能造成部分被遮面。

條件(2)中所敘述的也是某些邊線被部分遮蔽的情形。如圖 3-6 (a) 中區域 A 的邊線 L_1 和區域 B 的邊線 L_2 以及區域 C 之邊線 L_3 共線，但是在此二維影像中區域 A 和區域 C 本為同一個區域中的部分區域，而區域 A 及區域 C 之間的區域被遮蔽，故區域 A 及區域 C 均為部分被遮面。在此要特別注意的是，並非滿足條件(2)的二維影像都包含部分被遮面。譬如說，如圖 3-6

(c)之二維影像中區域 A 的邊線 L_2 和區域 B 的邊線 L_1 連成一直線。如果我們是從圖 3 - 6 (b) 中三維物體之面 B' 的正上方來觀察此三維物體而得到如圖 3 - 6 (c) 的二維影像。則，確實圖 3 - 6 (b) 中三維物體之面 A' 的邊 L_2 被面 B' 的邊 L_1 遮蔽一部分，因此觀察到的面 A' 有一部分被面 B' 所遮蔽。也就是說，圖 3 - 6 (c) 中之區域 A 其實是個部分被遮面。但是，如果圖 3 - 6 (c) 之二維影像是從圖 3 - 1 中 L 型三維物體的面 B 的正上方觀察而得到，則，顯然圖 3 - 6 (c) 之二維影像中的區域 A 和區域 B 均為完整的合理區域。因此，滿足條件(2)的二維影像只是可能包含部分被遮面，而不是一定包含部分被遮面。

第三個可能造成部分被遮面的原因為：

(3) 假設二維影像 $C(M(\Omega))$ 中存在兩個區域 $R_1 = (J, L)$ 以及 $R_2 = (J', L')$ ，而區域 R_1 和區域 R_2 至少存在兩條以上的共用邊線，則二維影像 $C(M(\Omega))$ 中可能包含部分被遮面。

由(3)可知，如圖 3 - 7 (a) 之二維影像中區域 A 和區域 B 共同擁有兩個邊線 L_1 及 L_2 ，而實際上乃是因為區域 A 的邊線 L_3 為部分被遮到的邊線，換句話說，區域 A 為部分被遮面。相同的，於圖 3 - 7 (b) 之二維影像中，區域 C 分別跟區域 A 及區域 B 共同擁有兩個邊線，原因在於區域 C 的部分區域被遮蔽之故。但是對於圖 3 - 7 (b) 之二維影像中的區域 A 和區域 B 共同擁有兩個邊線 L_1 及 L_2 ，可是區域 A 和區域 B 却均為完整的合理區域，因此，當某一二維影像 $C(M(\Omega))$ 滿足(3)中之條件時，也只能說，二維影像 $C(M(\Omega))$ 中可能

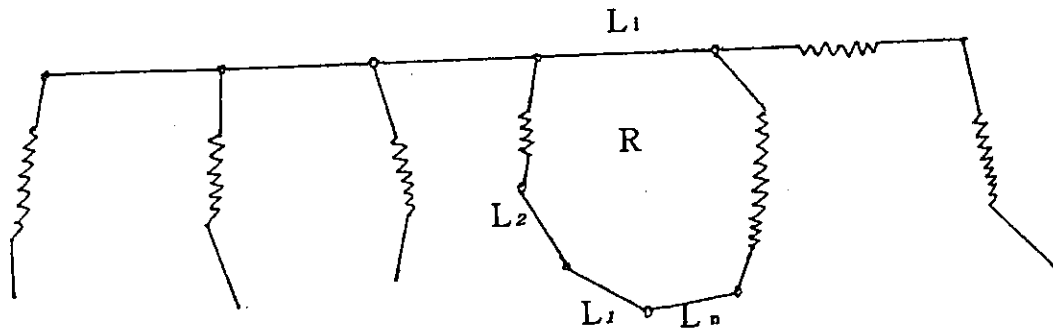


圖 3 - 5 部分被遮面之三

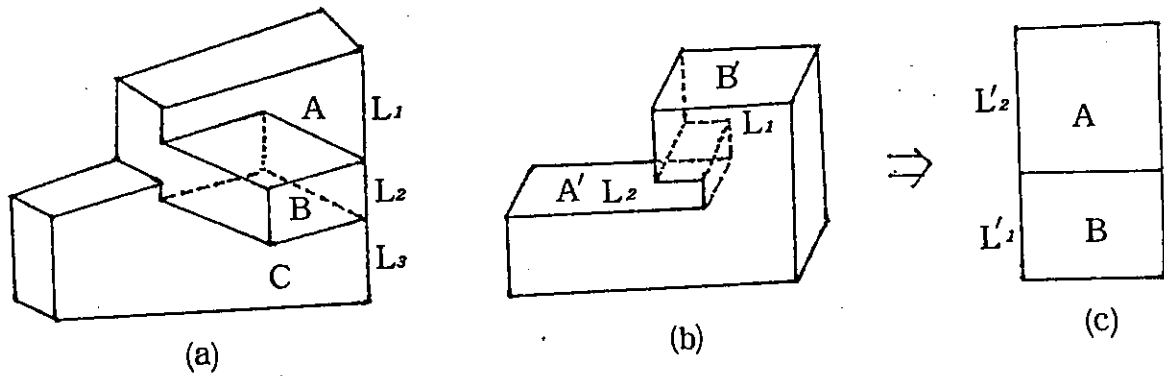


圖 3 - 6 部分被遮面之四

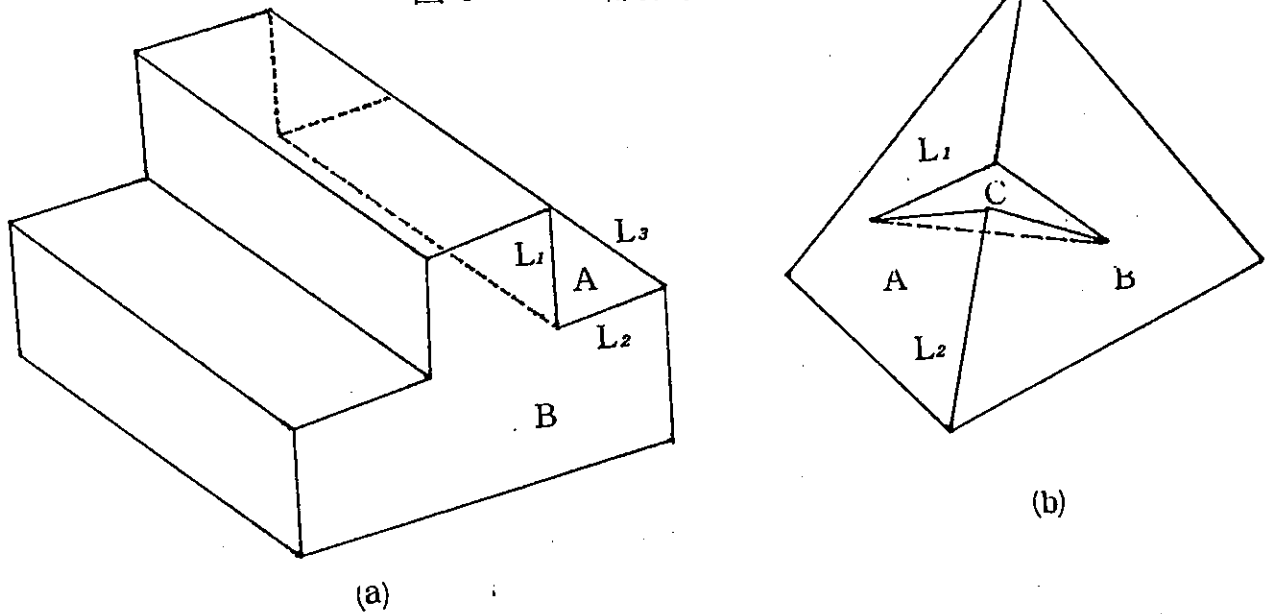


圖 3 - 7 部分被遮面之五

包含部分被遮面。

在此值得注意的是，若一個二維影像 $C(M(\Omega))$ 中某一個區域 R ，而且區域 R 的每個邊線均和別的區域完整相

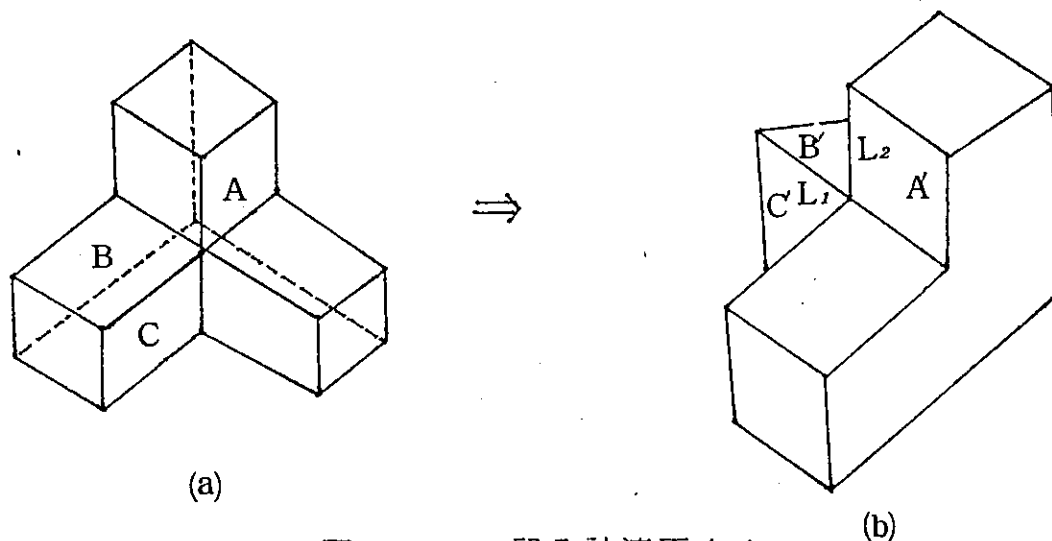


圖 3 - 8 部分被遮面之六

連（即兩個區域共同擁有完整的邊線），並不表示區域 R 一定為完整的合理區域。如果我們從側面觀察如圖 3 - 8 (a) 中之三維物體而得到如圖 3 - 8 (b) 之二維影像。其中，二維影像中的區域 A' ， B' ， C' 分別由圖 3 - 8 (a) 中之三維物體的面 A ， B ， C 在二維影像平面上之投影。在圖 3 - 8 (b) 之二維影像中區域 B' 的一個邊線 L_1 是和區域 C' 所共同擁有，而另外一個邊線 L_2 乃是和區域 A' 所共同擁有。但是我們可以很清楚的知道，區域 B' 為一個部分被遮面。換句話說，若一區域 R 為完整的合理區域，則區域 R 的每一個邊線均和別的區域完整相連或是不和任何區域相連（邊界線）。反之，若一區域 R 的每一個邊線 L 均和別的區域完整相連或是不和任何區域相連（如邊界線），則 R 不一定為一個完整的合理區域。而

會導至這種結果的原因在於區域 R 的某些邊線被其它區域完全遮蔽之故。於是我們敘述第四個原因：

- (4) 假設二維影像 $C(M(\Omega))$ 中存在某一區域 $R = (J, L)$ ，其中 $J = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$ 且 $L = \{L_1, L_2, \dots, L_n\}$ 。如果區域 R 中的每一個邊線 L_i ，滿足
- (a) L_i 亦為其它區域的完整邊線。或是
 - (b) 不和其它任何區域相連。
- 則區域 R 可能為部分被遮面。

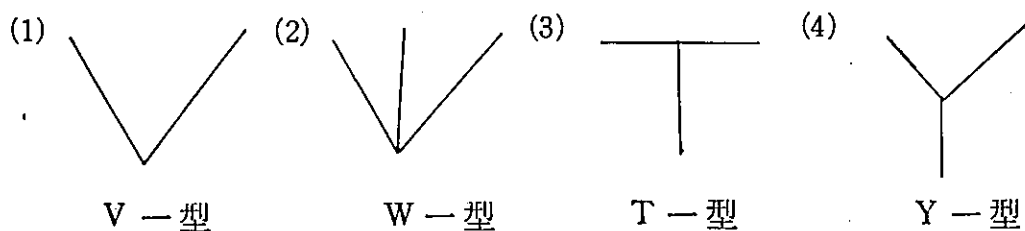
第三節 二維影像之編譯

在從二維影像 $C(M(\Omega))$ 去瞭解三維物體 Ω 的立體幾何關係的發展過程中，自從 Huffman [1] 及 Clowes [2] 利用窮舉的方式提出標線 (line labeling) 的技巧後，在短短十幾年中，為數不少的專家學者致力研究如何利用標線的技巧去瞭解所謂的線型多面體 (line drawing polyhedral scenes)，也由於他們的努力與成就，因此帶給我們莫大的鼓勵與幫助。例如 Waltz [4]，Kanade [7]，Lee [12]，...，等等，不勝枚舉。其中，Waltz 提出一種演繹法 (algorithm) 專對三角多面體 (trihedral scenes) 做標線。這裏所謂的三角多面體就是一種多面體它的每一個頂點均恰由三個面交集而成。而 Lee [12] 將三維物體的型態擴大到頂點由三個以上的面交集而成的多角型多面體 (polyhedral scenes)，而利用 Waltz 演繹法完成標線的工作。

Huffman 和 Clowes 於 1971 年分別提出利用標線法來瞭

解三維的線型三角多面體 (line drawing trihedral scencs)

。他們實際去觀察三度空間中任何線型三角多面體的可能組合而歸納出四種型態的接點和三種型態的邊線。此四種可能的接點型態如下：



上圖中，V 一型接點的產在於二維影像中存在某一個接點 J 恰巧只由兩條相鄰邊線 L_i 和 L_{i+1} 相交而成，而且接點 J 為邊線 L_i 及 L_{i+1} 的一個端點。另外三種型態的接點均恰由三條邊線相交而成。如果接點 J 恰由三條邊線相交而成，且這三條邊線之中存在兩條邊線，它們之間的夾角恰好等於 180 度，則接點 J 即為 T 一型接點。如果三條相交的邊線之中任兩條邊線之間的夾角小於 180 度，則由此三條邊線所相交而成的接點即為 Y 一型接點。而假如三條相交的邊線之中存在兩條邊線它們之間的夾角大於 180 度，則由這三條邊線所相交而成的接點為 W 一型接點。

至於他們所歸納出之三種邊線型態及其相對應的標線型態為：

- (1) 凸型邊線 (convex line-segment)，用符號“+”來表示此邊線的標線型態。表示共同擁有這個邊線的兩個區域在二維影像中都是可見的 (visible)，而且和這個邊線相對應的三維邊是凸型邊 (convex edge)。
- (2) 凹型邊線 (concave line-segment)，用符號“-”

來代表這個邊線的標線型態。表示共同擁有這個邊線的兩個區域在二維影像中都是可見的，而且和這個邊線相對應的三維邊為凹型邊（concave edge）。

(3) 邊界線（obscuring line-segment），其標線型態用符號“>”來代表。表示共同擁有這個邊線的兩個區域在二維影像中僅有一個區域是可見的，而另外一個區域被遮蔽，至於箭頭“>”的方向唯一可見的區域位於箭頭方向的右邊。

雖然邊界線的標線型態為“>”。但是，通常邊界線的可能情形有兩種：第一種為可見區域位於此邊線的右邊。第二種情形是可見區域位於此邊線的左邊。因此，對於二維影像中之邊線其標線型態可能為“+”，“-”，和兩種“>”的四種可能情形。故，對於V一型接點來說，其相鄰邊線的標線型態有 $4^2=16$ 種可能的組合。同理，有 $4^3=64$ 種可能的組合來對Y一型，T一型或W一型接點做標線。所以，當我們在對某一接點的相鄰邊線做標線時，僅有208種可能情形。而Winston〔18〕在其書中列出在這208種可能的組合當中，只有18種存在真實世界中。

Waltz〔4〕於1975年專對三角型多面體提出一個很有效率的演繹法來對這類型的二維影像做標線。在這個演繹法中，他首先在二維影像中任意找出一個接點 J_i ，然後考慮接點 J_i 的所有可能的標線型態。但是接點 J_i 的標線型態受制於和接點 J_i 相鄰接點 J_1, J_{i+1}, \dots, J_k 的標線型態。因此，在考慮 J_1, J_{i+1}, \dots, J_k 的標線型態時，因為受接點間的牽制， J_i 的可能標線型態也就逐漸減少。接著，我們考慮 J_1 ，

J_{i+1} , ... , J_k 的相鄰接點的標線型態，這時候， J_i , J_{i+1} , ... , J_k 之標線型態的可能性亦更加減少。依此類推，最後，整張二維影像即已完成標線。

但是，如果我們考慮多角型多面體，那麼在這種類型的二維影像中往往包含M一型接頂，所謂M一型接點就是由三條以上的邊線所構成的接點。因此，當我們在對這一類型的二維影像做標線時，所要考慮的情況將大大的增加，而其複雜度亦將大幅遽增。Lee [12] 於 1985年專對某些多角型多面體而改良Waltz 演繹法去做標線。由於在Lee的演繹法中對於多面體的條件限制過多，因此，效果不彰。

Sugihara [10] 於 1984年提出一個定理，在這個定理中他證明出能夠代表多角型多面體之編譯影像的充分必要條件。換句話說，對於任意一張編譯影像（完成標線後的二維影像），不管它的標線型態是否正確？我們可以利用Sugihara的定理來加以判斷。如果一張二維影像 $C (M (\Omega))$ 中存在 n 條邊線，則對於二維影像 $C (M (\Omega))$ ，它所有可能的編譯影像就有 n^4 個。因此，利用這種窮舉法來做標線就顯得太費時了。

如果我們的影像是根據行狀尋找器（range finder）[19] 所找出的行狀資料（range data）。則，要對這種影像做標線就沒有問題了。因為，由行狀尋找器所找出的行狀資料能夠表達出三維物體的深度值（depth value）。因此，我們能夠很容易的決定出每一條邊線的標線型態。而每一條邊線的標線型態簡單歸納如下：

- (1) 如果影像中之某一條邊線 L 由區域 R_i 和 R_j 相交而成，而且在邊線 L 附近兩側的灰度值（gray level）不連

續，則 L 的標線型態為 “ $>$ ” 的邊界線，且箭頭的方向在深度值 (depth value) 較小之區域的右邊。

- (2) 如果影像中之某一條邊線 L 附近兩側之灰度值為連續的數值，則邊線 L 的標線型態為 “ $+$ ” 或 “ $-$ ”，且由深度值的變化情形可分辨出到底是 “ $+$ ” 或 “ $-$ ”。

第四節 找出部分被遮面的法則

在前面第二節中，我們歸納了四點可能造成部分被遮面的原因。而且在前一節中我們介紹了一些前人在分析及瞭解三維物體上所做的標線方法與技巧。在這一節中，我們針對第二節中所提之四個可能造成部分被遮面的原因，根據標線後的二維影像而歸納出幾個啓發式的法則 (heuristic rules)。藉由這個啓發式的法則，我們就可以很容易的將部分被遮面找出來。一般而言，只要吾人能成功的將一個二維物體加以標線，那麼吾人便可以很順利的藉由這些啓發式的法則來決定某一個區域 R 是否為部分被遮面？

在介紹這些啓發式法則之前，我們先定義所謂的編譯區域 (interpretative region)：

定義 3.5：假設存在某一個經過編譯後的二維影像 $C(M(\Omega))$ ，而 $C(M(\Omega))$ 中存在某一個區域 $R_i = (J, L)$ ，其中 $J = \{ J_1, J_2, \dots, J_n \}$ 且 $L = \{ L_1, L_2, \dots, L_n \}$ ， $n \geq 3$ 。我們定義一個和區域 R_i 相對應的編譯區域 (interpretative region) $IR_i =$ 如下：

$$IR_i = (J, L, h) ,$$

其中 $J = \{ J_1, J_2, \dots, J_n \}$,
 且 $L = \{ L_1, L_2, \dots, L_n \}$,
 而 h 為從邊線集合 L 對映到標線型態 { “+” ,
 “-” , “>” , “<” } 的函數，且

$$h(L_i) = h(J_i, J_{i+1}) = \begin{cases} \text{“+”} , & \text{若邊線 } L_i \text{ 的標線型態爲 “+” 的凸形邊線。} \\ \text{“-”} , & \text{若邊線 } L_i \text{ 的標線型態爲 “-” 的凹形邊線。} \\ \text{“>”} , & \text{若邊線 } L_i \text{ 的標線型態爲 “>” 的邊界線，且箭頭的方向從接點 } J_i \text{ 到接點 } J_{i+1} \text{。} \\ \text{“<”} , & \text{若邊線 } L_i \text{ 的標線型態爲 “>” 的邊界線，且箭頭的方向從接點 } J_{i+1} \text{ 到接點 } J_i \text{。} \end{cases}$$

接著，我們就來敘述這些啓發式的法則：

法則一：假設某一張經過標線後的二維影像 $C(M(\Omega))$ 中
 存在一個編譯區域 $IR_i = (J, L, h)$ ，其中 $J =$
 $\{ J_1, J_2, \dots, J_n \}$ 且 $L = \{ L_1, L_2, \dots, L_n \}$ ，
 $n \geq 3$ 。如果存在某一個邊線 L_i ， $1 \leq i \leq n$ ，使
 得 $h(L_i) = \text{“<”}$ ，則，和編譯區域 IR_i 相對應的
 區域 $R_i = (J, L)$ 必為一個部分被遮面。

在法則一中所敘述的區域 $R_i = (J, L)$ ，且 $L = \{ L_1,$
 $L_2, \dots, L_n \}$ 。如圖 3 - 9 ，可知，邊線 L_i 的標線型態為

“>”的邊界線，且箭頭方向由接點 J_{i+1} 到接點 J_i ，因此 $h(L_i) = “<”$ 。而邊線 L_i 為區域 R' 的邊線。對於任意一個三維物體來說，其每個邊恰由兩個面交集而成，因此二度空間中之任意一個邊線頂多為兩個區域所共同擁有。既然邊線 L_i 為區域 R' 的邊線，且 L_i 為區域 R 的邊線，且 L_i 的標線型態

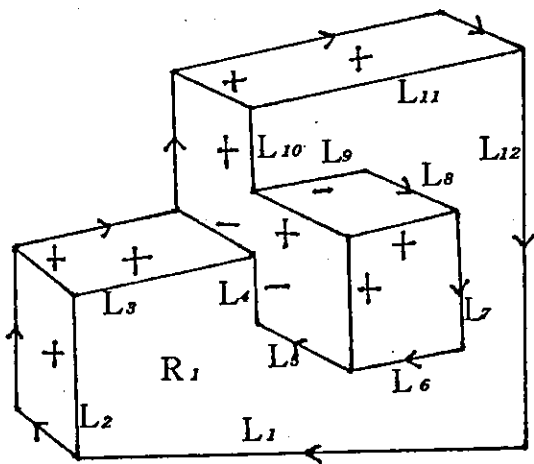
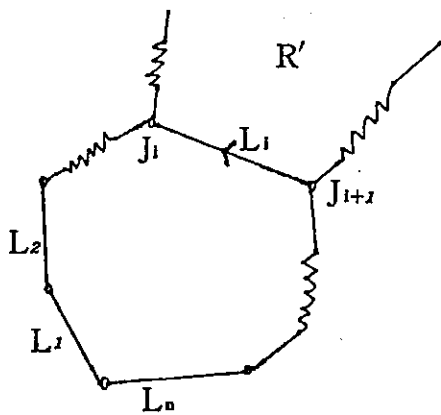


圖 3 - 9 部分被遮面之七

圖 3 - 10 部分被遮面之八

為“>”。則，表示與區域 R' 共同擁有邊線 L_i 的區域完全被遮蔽，而不可能是區域 R 。換句話說，區域 R 不可能包含邊線 L_i ，故區域 R 為部分被遮面。例如圖 3 - 10 中，區域 $R_1 = (J, L, h)$ ，且 $L = \{L_1, L_2, \dots, L_{12}\}$ ，但是對於邊線 L_5, L_6, L_7, L_8 ， $h(L_i) = “<”$ ， $i = 5, 6, 7, 8$ ，因此區域 R_1 為部分被遮面。

在前面第二節所介紹之造成部分被遮面的原因中，曾經提及：「若存在一個區域 R_1 和另外一個合理區域 R_2 之間有兩個以上的邊線相連在一起，則區域 R_1 可能為合理區域，亦可

能為部分被遮面。」接著，我們探討這兩種可能性發生的條件：

法則二：假設某一個經過編譯的二維影像 $C(M(\Omega))$ 中存在一個編譯區域 $IR_1 = (J, L, h)$ ，其中 $J = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$ 且 $L = \{L_1, L_2, \dots, L_n\}$ $n \geq 3$ 。以及另外一個編譯區域 $IR_2 = (J', L', h')$ ，其中 $J' = \{J'_1, J'_2, \dots, J'_m\}$ 且 $L' = \{L'_1, L'_2, \dots, L'_m\}$ ， $m \geq 3$ 。如果編譯區域 IR_1 與編譯區域 IR_2 共同擁有 ℓ 條邊線， $\ell \leq \min(m, n)$ ，也就是說，存在兩個排列函數： $\delta: n \rightarrow n$ 以及 $\delta': m \rightarrow m$ ，使得 $L_{\delta(k)} = L'_{\delta'(k)}$ ， $k = 1, 2, \dots, \ell$ ，則：

- (a) 如果 $h(L_{\delta(k)}) = \text{“十”}$ ， $k = 1, 2, \dots, \ell$ 。而且編譯區域 IR_1 以及編譯區域 IR_2 均不合法則一的條件，則區域 R_1 及區域 R_2 均為合理區域。
- (b) 如果 $h(L_{\delta(k)}) = \text{“-”}$ ， $k = 1, 2, \dots, \ell$ 。而且編譯區域 IR_1 以及編譯區域 IR_2 均不合法則一的條件，則區域 R_1 及區域 R_2 均為合理區域。
- (c) 如果 $h(L_{\delta(k)})$ 不全為“十”或不全為“-”， $k = 1, 2, \dots, \ell$ 。那麼在區域 R_1 及區域 R_2 中至少有一個區域為部分被遮面。而且根據法則一我們可以將部分被遮面找出來。

在法則二中所敘述的是，當二維影像中存在兩個區域 R_1 ， R_2 而它們共同擁有 ℓ 條邊線，則區域 R_1 及區域 R_2 是否為部分被遮面，可從圖 3-11 中看出端倪。在圖 3-11 中，邊線 $L_{\delta(1)}$ ， $L_{\delta(2)}$ ， \dots ， $L_{\delta(\ell)}$ 為區域 R_1 及區域 R_2 所共同擁有。在這

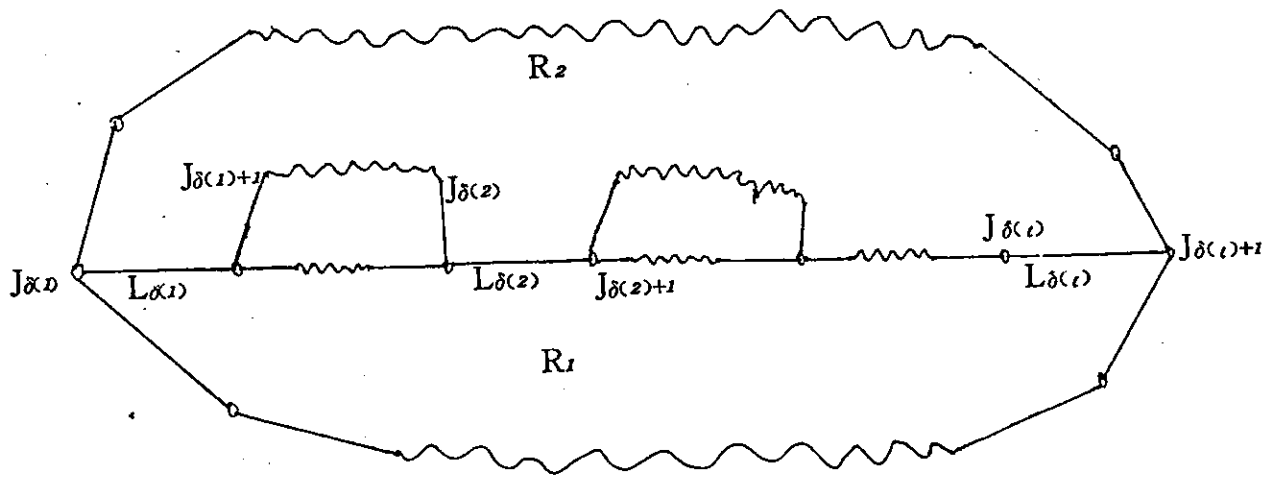


圖 3 - 11 部分被遮面之九

裏我們分三點來證明法則二中所敘述的論點：

第一：如果存在某一條邊線 $L_{\delta(k)}$ 的標線型態為“十”，且存在另外一條邊線 $L_{\delta(p)}$ 的標線型態“一”， $1 \leq k, p \leq l$ 。則，由邊線 $L_{\delta(k)}$ 的標線型態為“十”可知，區域 R_1 和區域 R_2 相交成一條凸形邊線。但是，由邊線 $L_{\delta(p)}$ 的標線型態為“一”可知，區域 R_1 和區域 R_2 相交成一條凹形邊線。因此區域 R_1 和區域 R_2 均為彎曲變形的區域。換句話說，區域 R_1 以及區域 R_2 均為不合理的區域（部分被遮面）。

第二：如果區域 R_1 及區域 R_2 所共同擁有的邊線之中存在某一條邊線 $L_{\delta(i)}$ 的標線型態為“>”， $1 \leq i \leq l$ ，則，在不失一般性的情況下，假設邊界線 $L_{\delta(i)}$ 之標線型態箭頭的方向從接點 $J_{\delta(i)}$ 到接點 $J_{\delta(i)+1}$ ，那麼，由法則一可以知道區域 R_2 為部分被遮面。反之，若邊界線 $L_{\delta(i)}$ 之標線型態，箭頭的方向從接點 $J_{\delta(i)+1}$ 到接點 $J_{\delta(i)}$ ，則由法則一可以驗證出區域 R_1 為部分被遮面。換言之，如果區域 R_1 及區域 R_2 所共同擁有

的邊線之中存在某一條邊線之標線型態為“>”，則區域 R_1 及區域 R_2 之中，必定至少有一個區域為部分被遮面。

第三：如果區域 R_1 及區域 R_2 所共同擁有的邊線 $L_{\delta(k)}$ 之標線型態全部為“+”，或者全部為“-”， $k = 1, 2, \dots, \ell$ ，則，很顯然的，只要區域 R_1 及區域 R_2 均不合法則一的條件，那麼區域 R_1 以及區域 R_2 均為合理區域。若其中某個區域（或兩個區域）符合法則一的條件，則那個區域必為部分被遮面。

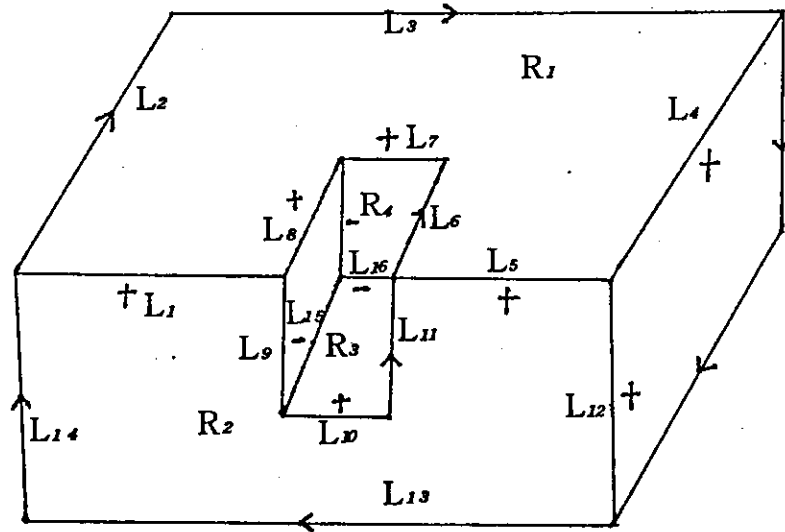


圖 3 - 12 部分被遮面之十

範例 3.1: 在圖 3 - 12 中，經過編譯後之二維影像包含編譯區域 $IR_1 = (J, L, h)$ 其中 $L = \{L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6, L_7, L_8\}$ 。此外二維影像中亦包含編譯區域 $IR_2 = (J', L', h')$ ，其中 $L' = \{L_1, L_9, L_{10}, L_{11}, L_5, L_{12}, L_{13}, L_{14}\}$ 。在圖 3 - 12 中，邊線 L_1 和邊線 L_5 均為區域 R_1 及區域 R_2 所共同擁有，而且

$h(L_1) = h'(L_1) = \text{“十”}$ ， $h(L_5) = h'(L_5) = \text{“十”}$ 。由圖 3-12 我們可以很容易的看出區域 R_1 及區域 R_2 的所有邊線之標線型態均不滿足法則一的條件，故區域 R_1 及區域 R_2 均為合理區域。而如圖 3-12 的二維影像中亦包含編譯區域 $IR_3 = (J'', L'', h'')$ ，其中 $L'' = \{L_{11}, L_{10}, L_{15}, L_{16}\}$ 。而且區域 R_3 與區域 R_2 共同擁有兩條邊線 L_{10} 及 L_{11} ，但是對於邊線 L_{10} ， $h(L_{10}) = \text{“十”}$ 而對於邊界線 L_{11} ， $h(L_{11}) = \text{“>”}$ ，故區域 R_2 和區域 R_3 之中必定至少有一個區域為部分被遮面。可是我們知道， $h(L_{11}) = \text{“>”}$ 而 $h'(L_{11}) = \text{“<”}$ ，依據法則一我們知道，區域 R_3 為部分被遮面。同理，區域 R_4 亦為部分被遮面。

一種最常見，且最容易分辨可能導至部分被遮面的情形就是前面所提到的：「若二維影像 $C(M(\Omega))$ 中存在某一個區域 A 的一條邊線 L 以及另外一個區域 B 的某一條邊線 L' ，而它們相交於點 I ，但是交點 I 不為邊線 L' 之端點時的情形。」換句話說，當二維影像中存在接點型態為 T 一型的接點時，則此二維影像極可能存在部分被遮面。圖 3-13 中四個 T 一型接點即為這種類型的可能標線型態。另外一種導至 T 一型接點的情形就是：「當某一個區域 R 的任意一條邊線 L 和其它區域的某些邊線連成一直線時的情形。」如圖 3-14 中的四個 T 一型接點即屬於這種類型。在此值得注意的是在圖 3-13 中的四個 T 一型接點是由兩條邊線相交而成，但是在圖 3-14 中的四個 T 一型接點却是由三條邊線相交而

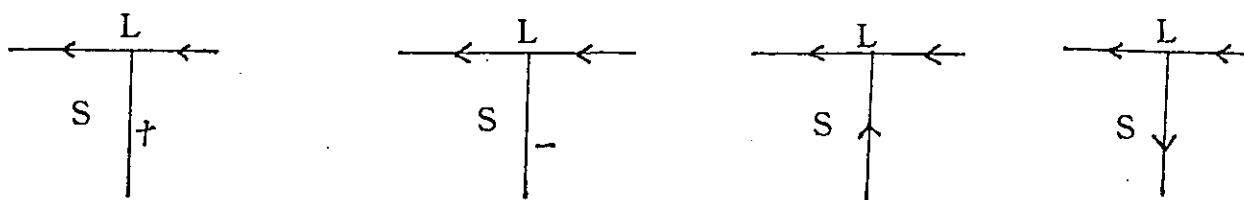


圖 3 - 13 T - 型接點之一

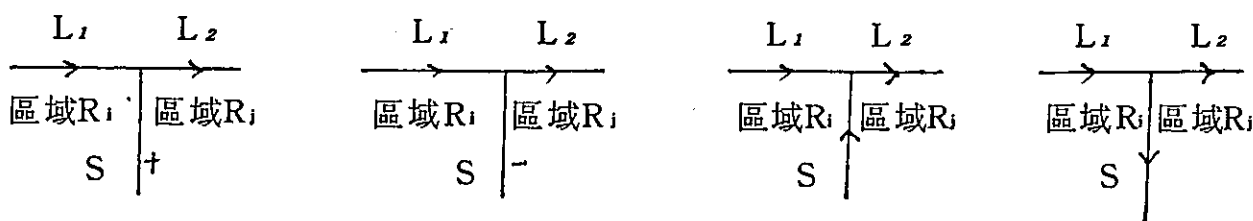


圖 3 - 14 T - 型接點之二

成。因此，於圖 3 - 6 (C) 中雖然含有 T 型接點，但是却不一定存在部分被遮面。接著，我們提出兩個啓發式的法則來找出這些類型的部分被遮面。

法則三：假設某一個經過編譯後的二維影像 $C(M(\Omega))$ 中包含某一個編譯區域 $IR_i = (J, L, h)$ ，其中 $L = \{L_1, L_2, \dots, L_m\}$ ， $m \geq 3$ 。而且二維影像中亦存在另外一個編譯區域 $IR_j = (J', L', h')$ ，其中 $L' = \{L'_1, L'_2, \dots, L'_n\}$ ， $n \geq 3$ 。如果區域 R_i 中存在某一條邊線 L_k 而且區域 R_j 中存在一條邊線 L'_p ， $1 \leq k \leq m$ ， $1 \leq p \leq n$ ，使得邊線 L_k 和邊線 L'_p 相交而產生 T 型接點。在不失一般性的情況下，我們假設邊線 L_k 構成此 T 型接點的莖部邊線 (stem line - segment)，則區域 R_i 以及所有包含邊線 L_k 的區域均為部分被遮面。

如同在圖 3 - 13 中所列出的四種型態之 T 型接點，我

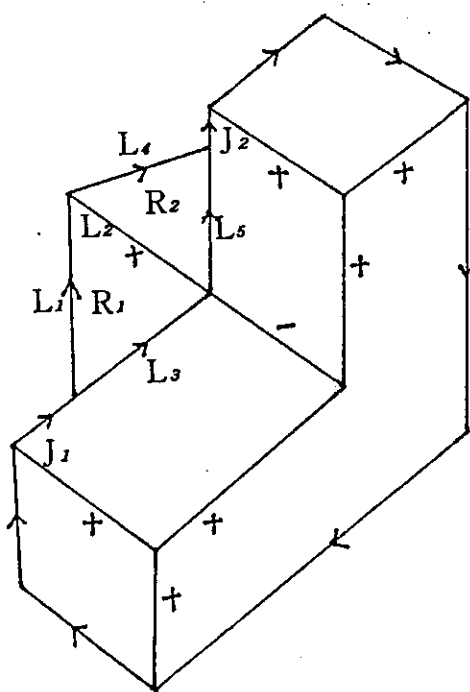


圖 3 - 15 部分被遮面之十一

們可以很明顯的看出，在法則三中所敘述的，二維影像 $C(M(\Omega))$ 裏存在的部分被遮面一定是包含 T 一型接點之莖部邊線 (stem line - segment) S 的區域。因為 $h(L) = ">"$ ，但是對於包含邊線 S 的區域來說，它一定含有一個邊線 L_1 ，且邊線 L_1 為邊線 L 的部分線段， $h'(L_1) = "<"$ 。也就是說，所有包含邊線 S 的區域 R 都會滿足法則一的條件，故區域 R 一定為部分被遮面。其實會造成部分被遮面 R 的原因很簡單，就是包含邊線 L 的區域遮避了區域 R 的部分區域。例如在圖 3 - 15 中接點 J_1 及接點 J_2 皆為 T 一型接點，而且此二維影像中包含一個區域 $IR_1 = (J, L, h)$ ，其中 $L = \{L_1, L_2, L_3\}$ 。而邊線 L_1 為 T 一型接點 J_1 的莖部邊

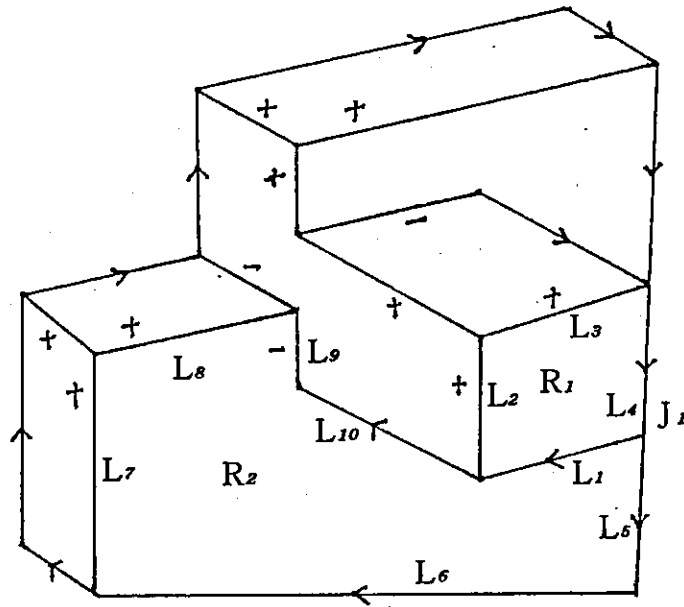


圖 3 - 16 部分被遮面之十二

線，且 $h(L_1) = ">"$ ， $h(L_2) = "+"$ ， $h(L_3) = "<"$ ，因此區域 R_1 為部分被遮面。同理，如圖 3 - 15 之二維影像中亦包含編譯區域 $IR_2 = (J', L', h')$ ，其中 $L' = \{L_2, L_4, L_5\}$ 。邊線 L 為 T 一型接點 J_2 的莖部邊線，而且 $h'(L_2) = "+"$ ， $h'(L_4) = ">"$ ， $h'(L_5) = "<"$ ，故區域 R_2 滿足法則一的條件，為部分被遮面。而在如圖 3 - 16 的二維影像中接點 J_1 亦為 T 一型接點，而邊線 L_1 為 T 一型接點 J_1 的莖部邊線，而包含莖部邊線 L_1 的區域中存在編譯區域 $IR_2 = (J, L, h)$ ，其中 $L = \{L_1, L_5, L_6, L_7, L_8, L_9, L_{10}\}$ 且 $h(L_1) = h(L_{10}) = "<"$ ，很明顯然的可以看出，區域 R_2 為部分被遮面。但是另外一個包含 T 一型接點 J_1 之莖部邊線 L_1 的編譯區域 $IR_1 = (J', L', h')$ ，其中 $L' = \{L_1, L_2, L_3, L_4\}$ ，而 $h'(L_1) = ">"$ ， $h'(L_2)$

= “十” , $h'(L_3) = \text{“十”}$, $h'(L_4) = \text{“>”}$ 。因而我們可以很清楚的看到，區域 R_1 實際上是一個合理區域。所以會導至這種結果的原因在於如圖 3 - 16 之二維影像中之 T 型接點 J_1 是由三條邊線 L_1 , L_4 , L_5 相交而成，而其中區域 R_1 的邊線 L_4 與區域 R_2 的邊線 L_5 連成一直線。所以接點 J_1 的 T 型應該是屬於圖 3 - 14 中的類型。底下我們介紹能夠找出這種類型的部分被遮面之啓發式法則：

法則四：假設在一個經過編譯後的二維影像 $C(M(\Omega))$ 中存在一個編譯區域 $IR_1 = (J, L, h)$ ，其中 $L = \{L_1, L_2, \dots, L_m\}$ 且 $J = \{J_1, J_2, \dots, J_m\}$ 。而且 $C(M(\Omega))$ 中亦存在另外一個編譯區域 $IR_2 = (J', L', h')$ 其中 $J' = \{J'_1, J'_2, \dots, J'_n\}$ 而且 $L' = \{L'_1, L'_2, \dots, L'_n\}$ 。如果在編譯區域 IR_1 中存在一條邊線 L_k ，且編譯區域 IR_2 中存在某一條邊線 L'_p ， $1 \leq k \leq m$ ， $1 \leq p \leq n$ ，使得邊線 L_k 及邊線 L'_p 連成一直線，且邊線 L_k 與邊線 L'_p 之相交點形成 T 型接點，假設此 T 型接點的莖部邊線為 L_s ，則：

(a) 如果邊線 L_s 的標線型態為 “十” 或 “-”，則包含邊線 L_s 的區域可能為合理區域，因此可依據法則一來判斷此區域是否為合理區域？

(b) 如果邊線 L_s 的標線型態為 “>”，則包含莖部邊線 L_s 的區域必定至少有一個區域為部分被遮面。

欲驗證法則四的正確性，我們分三點來討論。在討論之前，我們假設圖 3 - 14(a) ~ (b) 中之編譯區域 $IR_1 = (J, L$

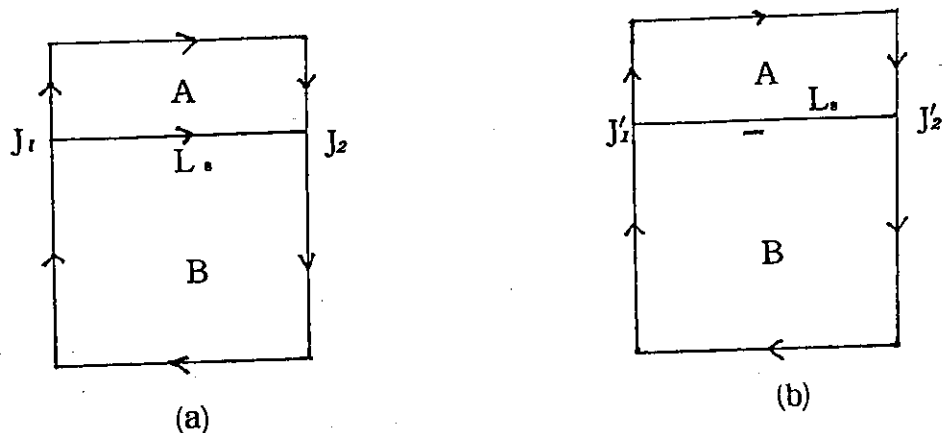


圖 3 - 17 部分被遮面之十三

， h) ，其中邊線 $L_1, S \in L$ 。而另外一個編譯區域 $IR_1 = (J' , L' , h')$ ，其中邊線 $L_2, S \in L'$ 。底下我們就來討論：

第一：當 T 一型接點之莖部邊線的標線型態為 “>” 時，(a) 首先考慮如圖 3 - 14 (c) 之情形，可知 $h'(L_2) = “>”$ 且 $h'(S) = “>”$ ，因此區域 R_1 可能為合理區域。而對於區域 R_2 來說， $h(L_1) = “>”$ ，但是 $h(S) = “<”$ ，故依據法則一可以知道區域 R 為部分被遮面。(b) 其次考慮圖 3 - 14 (d) 之情形，可知 $h(L_1) = “>”$ 且 $h(S) = “>”$ ，因此區域 R_1 可能為合理區域。而 $h'(L_2) = “>”$ ，但是 $h'(S) = “<”$ ，故區域 R_2 為部分被遮面。綜合 (a) ，(b) 可知只要 T 一型接點之莖部邊線的標線型態為 “>” ，則包含莖部邊線的區域至少有一個為部分被遮面。

第二：當 T 一型接點之莖部邊線的標線型態為 “+” 時，考慮如圖 3 - 14 (a) 之情形我們可以很清楚的知道， $h(L_1) = “>”$ 且 $h(S) = h'(S) = “+”$ 而且 $h'(L_2) = “>”$ ，因此區域 R_1 及區域 R_2 均可能為合理區域。只要區域 R_1 及區

域 R_i 均不合法則一的條件，則區域 R_i 及區域 R_j 均為合理區域。

第三：當 T 一型接點之莖部邊線的標線型態為 “-” 時，考慮圖 3-14 (b) 之情形，可知對於區域 R_i 來說， $h(L_1) = “>”$ 且 $h(S) = “-”$ ，而對於區域 R_j 來說， $h'(L_2) = “>”$ 且 $h'(S) = “-”$ ，因此只要區域 R_i 及區域 R_j 的其它邊線之標線型態均不合法則一的條件，則區域 R_i 及區域 R_j 均為合理區域。

在第二節中，我們曾經說，如圖 3-6 (c) 之二維影像的來源有兩種可能：第一種可能性為：從圖 3-6 (b) 中三維物體之面 B' 的正上方來觀察此三維物體而得到如圖 3-6 (c) 中之二維影像。第二種可能性為：從圖 3-1 中 L 型三維物體的面 B 的正上方來觀察此三維物體而得到如圖 3-6 (c) 中之二維影像。顯然如圖 3-6 (c) 的二維影像已經造成了混淆 (ambiguity) 的情形。在第一種情形下，如果我們將看到的二維影像之所有邊線加以標線就可以得到如圖 3-17 (a) 的編譯影像。而在這個編譯影像中存在兩個 T 一型接點 J_1, J_2 ，這兩個 T 一型接點之莖部邊線 L_i 的標線型態皆為 “>”，因此依據法則四可以知道，區域 B 皆包含邊線 L_i ，故區域 A 及區域 B 之中必定至少有一個區域為部分被遮面。根據法則一我們可以很清楚的看出，區域 A 為部分被遮面，而區域 B 為合理區域。但是在第二種可能性的情況下，如果對於如圖 3-6 (c) 中之二維影像的每一條邊線加以標線就可以得到如圖 3-17 (b) 的編譯影像。在此編譯的影像中亦存在兩個 T 一型接點 J_1, J_2 。由法則四可知，包含莖部邊線 L_i (其標線型態

爲“一”) 的區域 A 及區域 B 均可能爲合理區域。而依據法則一可以清楚看出，區域 A 及區域 B 均爲合理區域。

由以上可能造成混淆的例子中，我們可以下一個結論：「對於一個二維影像 $C (M (\Omega))$ ，若吾人能夠很成功的將其所有的邊線加以標線，則吾人可以根據前面所提出的四條啓發式的法則將部分被遮面找出來。」

在這裏值得一提的是，一般像圖 3 - 6 (c) 容易造成混淆的二維影像都是很難決定造成混淆之邊線的標線型態（如圖 3 - 17 中的邊線 L）。因爲這一類容易造成混淆的圖形，即使由最聰明而有萬物之靈之稱的人類都無法辨識的情況下，我們怎麼能要求無血肉之軀而由人類所控制的機器來加以辨識呢？

第四章 從多張二維影像中描述三維物體

Underwood & Coates [5] 從觀察凸形平面多面體 (convex planar surface polyhedra) 所得到的二維影像中去逐漸瞭解凸形平面多面體的組成平面之間的拓樸關係。在本篇論文中我們將 Underwood & Coates 的觀念加以延伸。除了考慮凸形平面多面體以外，我們也將探討凹形平面多面體 (concave planar surface polyhedra)。在此文中，我們把想要觀察的三維平面多面體放置在旋轉盤上任意的旋轉、平移。而所觀察到的二維影像一張一張的順序輸入電腦，對於三維物體的描述也就自動的展開而漸趨完整。除了知道想要瞭解的三維物體為平面多面體之外，在這篇論文中，電腦不需要知道三維物體是如何旋轉、平移的，而且電腦也不需要知道三維物體與照相機之間的距離。

在前一章中，我們曾經針對經過標線後的編譯影像提出數條啓發式法則，而藉由這幾條啓發式法則，我們即可很正確的將二維影像中所有部分被遮面找出來。因此，當一張經過數位化處理之二維影像輸入電腦後，我們即可利用標線法先對這張二維影像予以標線，而後利用第三章中所提出的啓發式法則專對這張編譯影像將部分被遮面找出來。在這一章中我們只考慮二維影像中所有完整之合理區域之間的拓樸與幾何關係。

本章共分四節來討論。在第一節中，我們針對二維影像中之每一個區域做分析而定義出一套足以代表一個合理區域

(可以是凹形區域) 形狀的測度量。對於任意一個合理區域，我們均賦予一組相對應的測度量。基於這些測度量，我們便可以計算出兩個擁有相同邊線個數之合理區域(互相匹配)間的匹配誤差(matching error)，在這一節中，我們介紹一種演繹法(Algorithm)來計算這個匹配誤差。

每一張二維影像均可以表達對於三維物體部分拓樸架構的描述，我們稱為部分架構(sub-structure)。當一張二維影像輸入電腦時，它所代表的部分架構與先前已經合併完成的部分架構之間乃是依據兩個部分架構中區域與區域間的相匹配(matches)部分而合併在一起。在第二節中，我們將介紹三種匹配法——部分匹配(sub-matches)、交錯匹配(intersect-matches)以及連結匹配(connection-matches)。藉由這些匹配法便可將三維物體的拓樸架構完整描述出來。

在第三節中，我們介紹一個演繹法來將剛輸入的二維影像合併到先前已經合併完成的部分架構中而產生出更完整的部分架構。此外，我們將介紹一種可以計算出目前已經合併完成之部分架構，與三維物體部分拓樸架構之相似程度(similarity)的測度量。

最後，在第四節中，我們舉出一個例子來說明對三維物體拓樸架構之瞭解的整個過程。

第一節 封閉區域形狀的測度

我們知道，一張二維影像是由許多區域所構成，而每一個區域均由許多接點和許多邊線組合而成。在第二章中，我

們曾經提及接點和邊線可藉由影像的前置處理而得到。至於區域 R 的取得可依以下方式而得到：首先找出一個起始點 J_1 ，然後由接點 J_1 出發找出一條起始邊線 $L_1 = (J_1, J_2)$ 接著依順時針方向找出和邊線 L_1 相交於接點 J_2 而且和邊線 L_1 的逆時針夾角為最小之邊線 $L_2 = (J_2, J_3)$ 。同理，我們可以利用相同的方法依順時針方向找到邊線 L_3, L_4, \dots, L_{n-1} ，直到找到邊線 $L_n = (J_n, J_{n+1})$ ，且其中 $J_{n+1} = J_1$ 時，則區域 $R = (J, L)$ ，其中 $J = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$ 。在這裏值得注意的是，若找到同一個區域的兩條相鄰線段之間的夾角為 180 度，則我們將此兩條線段連接在一起成為一條邊線。例如在圖 3-4 中，邊線 L' 實際上是由兩條交角為 180 度的線段所連接而成的邊線。

在第二章中我們曾定義所謂的對應面 (corresponding face)：就是從兩個不同角度觀察三維物體 $\Omega = (F, E, V)$ 而得到兩張二維影像 $C(M_1(\Omega))$ 和 $C(M_2(\Omega))$ ，如果二維影像 $C(M_1(\Omega))$ 中，存在一個合理區域 $C(M_1(f))$ ，而另外一張二維影像 $C(M_2(\Omega))$ 中亦存在一個合理區域 $C(M_2(f))$ ，其中 $f \in F$ ，則 $C(M_1(f))$ 和 $C(M_2(f))$ 互相稱為對應面。至於要如何從多張的二維影像中找出對應面就牽涉到區域與區域間的匹配問題。而要解決區域與區域間的匹配問題，一種比較簡單的方法就是找出足以代表任何一種形狀區域的測度量。換句話說，一旦一個三度空間中的平面經由旋轉、平移而投影到二維影像平面上時，這個二維區域的形狀和三維平面的形狀應該是相同的。

對於一個封閉區域 R 來說，欲找出足以代表區域 R 的測

度量，首先我們必需從區域 R 中找出一些參考資料，然後利用這些參考資料計算出足以代表區域 R 的測度量。而在二維封閉區域 R 中，最佳且最容易取得的參考資料就是構成區域 R 的接點和邊線。在這一節中，我們利用接點與接點間的幾何特性來計算出足以代表區域 R 之形狀的不變量。假設某一個二維封閉區域 $R = (J, L)$ ，其中 $J = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$ 且 $L = \{L_1, L_2, \dots, L_n\}$ 。對於每一個接點 J_i ，如果我們各別賦予一個數值 Sh_i ， $i = 1, 2, \dots, n$ ，而 $(Sh_1, Sh_2, \dots, Sh_n)$ 足以保留封閉區域 R 所對應的三維物體立體架構上平面的幾何意義，那麼 $(Sh_1, Sh_2, \dots, Sh_n)$ 就是我們所要找的測度量。

假設一個二維區域 $R = (J, L)$ ，其中 $J = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$ 且 $L = \{L_1, L_2, \dots, L_n\}$ 。對於 J 中的任何一個接點 J_i ，我們定義一個賦予接點 J_i 的不變量 Sh_i 如下：

$$Sh_i = \begin{cases} \frac{J_i I_i}{J_i J_{i+2}} \times 100 & , \text{若線段 } \overline{J_i J_{i+2}} \text{ 和線段 } \overline{J_{i+1} J_{i+3}} \text{ 相交於點 } I_i \text{。} \\ -Sh_{i-1} & , \text{若線段 } \overline{J_i J_{i+2}} \text{ 和線段 } \overline{J_{i+1} J_{i+3}} \text{ 不相交，且 } Sh_{i-1} > 0 \text{。} \\ -Sh_{i+1} & , \text{若線段 } \overline{J_i J_{i+2}} \text{ 和線段 } \overline{J_{i+1} J_{i+3}} \text{ 不相交，而且 } Sh_{i-1} < 0 \text{，但是 } Sh_{i+1} > 0 \text{。} \\ -100 & , \text{若線段 } \overline{J_i J_{i+2}} \text{ 和線段 } \overline{J_{i+1} J_{i+3}} \text{ 不相交，而且 } Sh_{i-1} < 0 \text{，而且 } Sh_{i+1} < 0 \text{。} \end{cases}$$

由於接點與接點之間線段和線段的比例實際上是一個不變量（詳細證明可見 Underwood & Coates [5]），因此可以利

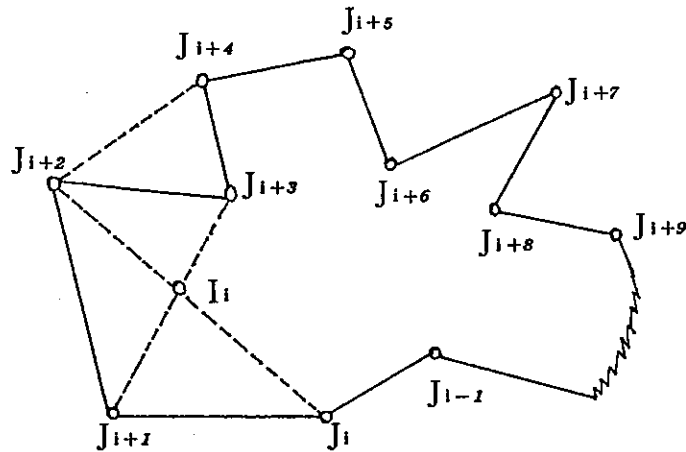


圖 4 - 1 二維區域 R 的形狀測度

用這個特性來定義 Sh_i 。如圖 4 - 1，我們可以明瞭，如果區域 R 是一個凸形區域，則賦予區域 R 中每一個接點 J_i 的不變量 Sh_i 均大於或等於 0， $i = 1, 2, \dots, n$ 。但是，如果區域 R 是一個凹形區域，則並非對於區域 R 中的每一個接點 J_i 均可由對應的線段 $\overline{J_i J_{i+2}}$ 和 $\overline{J_{i+1} J_{i+3}}$ 求得交點 I_i 。例如在圖 4 - 1 中，線段 $\overline{J_{i+1} J_{i+3}}$ 和線段 $\overline{J_{i+2} J_{i+4}}$ 並不相交，而所以會不相交的原因在於接點 $(J_{i+2}, J_{i+3}, J_{i+4})$ 構成凹形之故。我們發現， Sh_i 的數值會影響 $(J_{i+2}, J_{i+3}, J_{i+4})$ 之凹形的凹入程度。因此，我們用 $-Sh_i$ 來賦予接點 J_{i+1} ，在這裏負值表示碰到凹形的情況。同樣的，我們發現不變量 Sh_{i+3} 的數值亦影響凹形 $(J_{i+2}, J_{i+3}, J_{i+4})$ 的幾何形狀，因此，我們賦予接點 J_{i+2} 一個數值 $-Sh_{i+3}$ 。又如在求 Sh_{i+5} 時，發現線段 $\overline{J_{i+5} J_{i+7}}$ 和線段 $\overline{J_{i+6} J_{i+8}}$ 並不相交，而且 Sh_{i+4} 和 Sh_{i+6} 均為負值。這表示在凹形中有一個山峯狀的凸出形狀（如圖 4 - 1），我們認為這種情形很特殊，因此令 Sh_{i+5} 等於 -100。

依據上面所定義的不變量，對於任何一個二維區域，我們便可以找到一組相對應的測度量。假設存在兩張二維影像 $C(M_1(\Omega))$ 和 $C(M_2(\Omega))$ ，如果二維影像 $C(M_1(\Omega))$ 中存有一個合理區域 $A = (J, L)$ ，其中 $J = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$ ，且 $L = \{L_1, L_2, \dots, L_n\}$ ，而與區域 A 相對應的測度量為 $[(Sh_A)_1, (Sh_A)_2, \dots, (Sh_A)_n]$ 。而另外一張二維影像 $C(M_2(\Omega))$ 中亦存有一個合理區域 $B = (J', L')$ ，其中 $J' = \{J'_1, J'_2, \dots, J'_m\}$ ，且 $L' = \{L'_1, L'_2, \dots, L'_m\}$ ，我們令 $[(Sh_B)_1, (Sh_B)_2, \dots, (Sh_B)_m]$ 為和區域 B 相對應的測度量。若 $m = n$ ，且經由一些匹配法得知區域 A 和區域 B 相匹配，那麼我們可以利用底下的演繹法計算出兩個區域間的匹配誤差 (matching error)，由這個匹配誤差，我們便可看出兩個區域之間的相似程度 (similarity)。接著我們就來介紹這個計算匹配誤差的演繹法：

```

; Algorithm to calculate matching error .
; Input : (ShA)i , for i = 1, 2, …, n
           (ShB)i , for i = 1, 2, …, n
; Output : error .
;
  i ← 1;
  Sum ← 0;
While i ≤ n do
  if (ShA)i * (ShB)i < 0 then
    [error ← +∞ ; ; {means does not match}
    STOP.]

```

```

else
    [ Sum ← Sum + [(ShA)i - (ShB)i]2;]
endif.
i ← i+1;
Endwhile.
error ← Sum/n;
;
; End of Algorithm.
;

```

由這個演繹法可以知道，當 $(Sh_A)_i * (Sh_B)_i < 0$ 發生時，表示 $(Sh_A)_i$ 所對應的接點 J_i 和 $(Sh_B)_i$ 所對應的接點 J_i ，它們的幾何意義有很顯著的不同。因此，假設有兩個區域 R_1 和 R_2 同樣由 n 條邊線所構成。如果在這兩個區域之中有一個為凸形區域 (convex region)，而另外一個區域有部分凹狀 (concave)，則根據上面的演繹法便可以很快的發現區域 R_1 和區域 R_2 不可能相匹配。換句話說，區域 R_1 和區域 R_2 不可能為對應面。

第二節 區域間的匹配

在瞭解三維物體的過程中，通常我們會碰到如下的問題：“目前輸入電腦的二維影像中到底有那些區域是和先前輸入的二維影像中之區域互為對應面？”而這就是所謂的區域間之匹配問題。在這一節中，我們介紹 Underwood & Coates [5] 所提出的三個匹配法。在介紹這些匹配法之前，我們先敘述

及定義一些名詞。

對於一個三維物體的描述過程中，二維影像一張一張的順序輸入電腦，因為任何一張二維影像均可表達三維物體部分拓樸架構 (topological structure)，因此，我們稱這種二維影像為部分架構 (sub-structure)，而所有已經輸入的部分架構基於對應平面而合併成為另外一個更完整的部分架構。底下我們利用一套數學模式來定義這些部分架構。

如果 S 代表三維平面多面體之部分拓樸架構的描述，則我們定義部分架構 S 如下：

$$S = (R, L, \delta, \lambda, \gamma)$$

其中， R 為構成此部分架構 S 之所有區域所成的集合， L 為構成部分架構 S 之所有邊線所成的集合。

$\delta : R \times L \rightarrow R \cup \phi$ ，用以表示部分架構 S 中區域與區域之間的相連關係。

$\lambda : R \rightarrow N$ ，其中 N 為正整數之集合，用以表示部分架構 S 中某個區域所包含的邊線個數。

$\gamma : R \times L \rightarrow L \cup \phi$ ，用來描述部分架構 S 中，構成某個區域的所有邊線依順時針方向的排列關係。

而

$$\delta (R_i, L_j) = \begin{cases} R_k & \text{, 若區域 } R_i \text{ 和區域 } R_k \text{ 共同擁有邊線 } L_j \text{。} \\ \phi & \text{, 否則。} \end{cases}$$

$$\lambda (R_i) = n \quad \text{表示區域 } R_i \text{ 由 } n \text{ 個邊線構成。}$$

$$\gamma (R_i, L_j) = \begin{cases} L_k & \text{, 若 } \lambda (R_i) = n \text{ 且 } R_i = (J', L') \text{, 而} \\ & L' = \{L'_1, L'_2, \dots, L'_j, L_k, \dots, L'_n\} \\ \phi & \text{, 否則。} \end{cases}$$

由上面的定義可以知道，當 $\delta (R_i, L_j) = \phi$ 時表示和區域 R_i 共同擁有邊線 L_j 的區域並不存在於部分架構 S 中，意思就是說，部分架構 S 還不能夠完整的描述出三維物體的拓樸架構。至於另外一個對映 $\gamma (R_i, L_j) = \phi$ 時表示部分架構 S 中之區域 R_i 並未包含邊線 L_j 。我們可以很容易看出，對於任意部分架構 S 中的區域 R_i ，假設 $R_i = (J', \mathcal{L})$ ，且 $\mathcal{L} = \{L'_1, L'_2, \dots, L'_n\}$ ， $n \geq 3$ 。若 $\delta (R_i, L'_j) \neq \phi$ ， $j = 1, 2, \dots, n$ ，則 S 即為三維物體之完整拓樸架構。在這裏為了方便解釋起見，例如圖 4-2(a) 中之二維影像，其各個區域間的拓樸關係我們表示成如圖 4-2(b) 之部分架構。

接下來，我們就定義這三個匹配：

(a) 部分匹配 (sub-matching)

若存在兩個部分架構 $S_1 = (R, L, \delta, \lambda, \gamma)$ 和 $S_2 = (R', L', \delta', \lambda', \gamma')$ ，我們稱 S_1 和 S_2 部分匹配，若且唯若存在兩個單值一對一映射 (one-to-one mapping)，

$$f_1 : R \rightarrow R' ;$$

$$f_2 : L \rightarrow L' ;$$

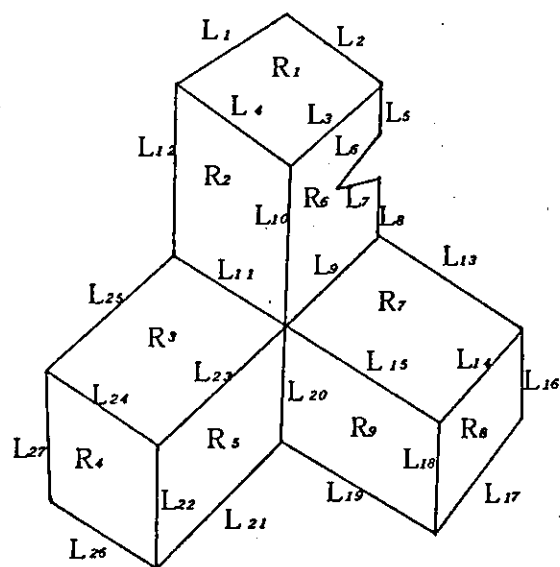
且對於 R 中之每一個區域 R_i ， L 中之每一個邊線 L_j ，均滿足

$$(i) f_1 [\delta (R_i, L_j)] = \delta' [f_1(R_i), f_2(L_j)] ;$$

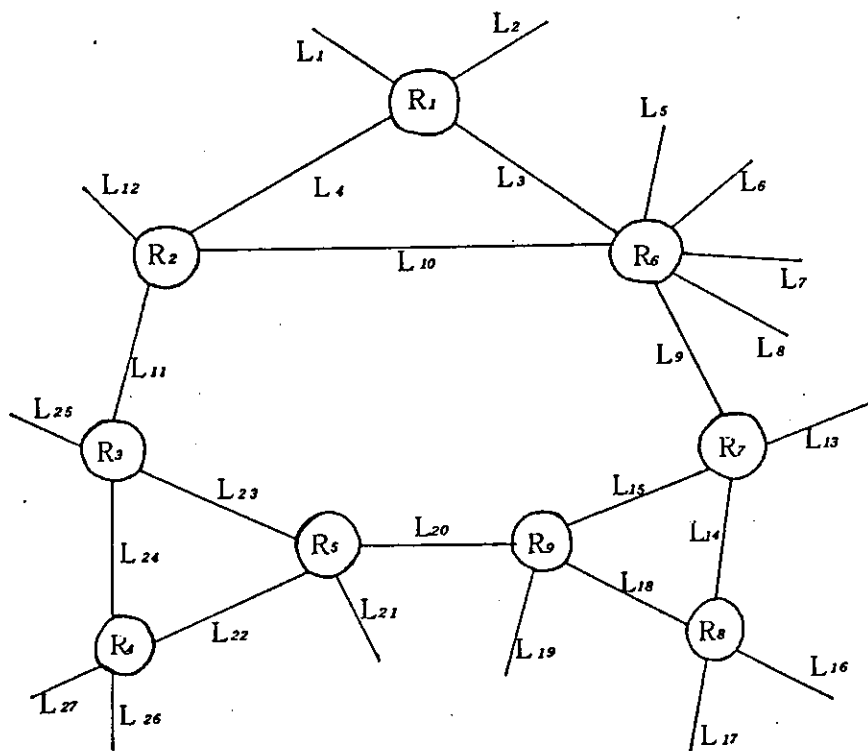
$$(ii) \lambda (R_i) = \lambda' [f_1(R_i)] ;$$

$$(iii) f_2 [\gamma (R_i, L_j)] = \gamma' [f_1(R_i), f_2(L_j)] .$$

由這個部分匹配的定義可知，部分架構 S_1 中區域與區域間的拓樸關係，恰好為部分架構 S_2 中的某一部分拓樸架構。



(a)



(b)

圖 4 - 2 部分架構圖

換句話說：「存在部分架構 $S_2' \subseteq S_2$ ，而 $S_2' = (R'', L'', \delta'', \lambda'', \gamma'')$ ，且 $R'' \subseteq R'$ ， $L'' \subseteq L'$ 使得 S_1 和 S_2' 的拓樸架構完全相匹配。例如在圖 4-3 中， S_1 和 S_2 之交集部分代表 S_1 和 S_2 互相匹配的架構，由這個圖即可清楚看出 S_1 和 S_2 部分匹配的情形。

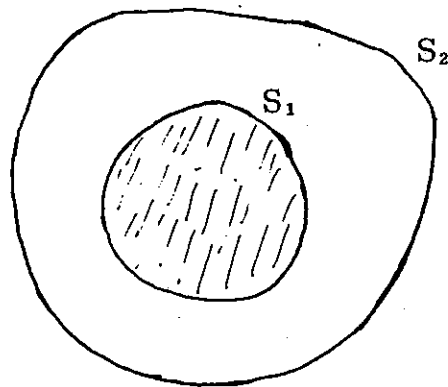


圖 4-3 部分架構 S_1 和 S_2 之部分匹配圖

(b) 交錯匹配 (intersect - matching)

對於一個平面多面體來說，它的任何一條邊線均恰由兩個區域相交而成。若區域 A 和區域 B 相交，那麼，我們稱區域 A 和區域 B 直接相連。如果某一個部分架構中存在一組的區域 $\{A, R_i, R_{i+1}, \dots, R_j, B\}$ ，使得區域 A 和區域 R_i 直接相連，區域 R_k 和區域 R_{k+1} 直接相連， $K = i, i+1, \dots, j-1$ 。而且區域 R_j 和區域 B 直接相連。那麼我們說區域 A 或區域 B 之間存在一條連結路徑 (connection path)。

如果部分架構 $S_1 = (R, L, \delta, \lambda, \gamma)$ 為目前剛觀察到的二維影像，而 $S_2 = (R', L', \delta', \lambda', \gamma')$ 為先前輸入的

二維影像所合併成的部分架構。我們稱 S_1 和 S_2 交錯匹配，若且唯若存在兩個單值一對一映射，

$$f_1 : R \rightarrow R' ;$$

$$f_2 : L \rightarrow L' ;$$

而且存在一個非空集合之部分架構 $S'_1 \subseteq S_1$ ，其中 $S'_1 = (R', L', \delta'', \lambda'', \gamma'')$ ，而 $R' \subseteq R$ ， $L' \subseteq L$ ，使得 S_1, S_2, S'_1 滿足下列條件

- (i) 在 R'' 中之任意兩個區域間均存在連結路徑。
- (ii) S'_1 和 S_2 部分匹配。
- (iii) 如果 $R_1 \in R''$ 且 $R_2 \in R$ ，但是 $R_2 \notin R''$ ，而且區域 R_1 和區域 R_2 直接相連，且區域 R_1 和區域 R_2 共同擁有邊線 L_1 ，也就是說 $\delta(R_1, L_1) = R_2$ 。那麼

$$\delta'[(f_1(R_1), f_2(L_1))] = \phi$$

由上面的條件可以知道，所謂 S_1 和 S_2 交錯匹配就表示部分架構 S_1 中之某些區域和部分架構 S_2 中之某些區域互為對應面。由圖 4-4，我們可以很容易的看出部分架構 S_1 和部分架構 S_2 的交錯匹配情形。其中 S_1 和 S_2 的交集部分即為 S_1 和 S_2 之匹配部分。

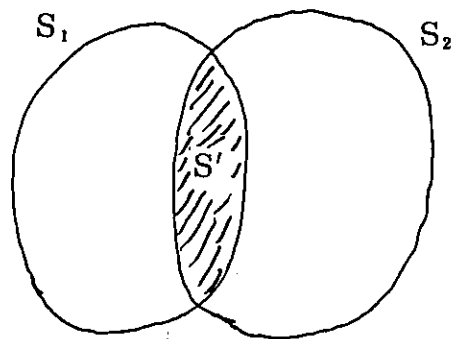


圖 4-4 部分架構 S_1 和 S_2 之交錯匹配圖

由條件 (iii) 我們可以將新的部分架構 (先前尚未觀察到的區域和邊線) 附著到部分架構 S_2 中。換句話說, 基於部分架構 S_1 和部分架構 S_2 相匹配的部分 (即為部分架構 S'_1), 對於 S_1 中所有的區域 $R_i \in R'$, 且 $R_j \in R$, 但是 $R_j \notin R'$, 區域 R_i 和區域 R_j 靠著邊線 L_k 直接相連, 若 $\delta(R_i, L_k) = R_j$, 而且 $\delta'(f_1(R_i), f_2(L_k)) = \phi$ 。那麼我們將具有這種性質的所有區域 R_i 附著到部分架構 S_2 中。同樣的, 我們將所有的邊線 $L_p \in L$, 但 $L_p \notin L'$ 附著到部分架構 S_2 中。

(c) 連結匹配 (connection - matching)

藉由上述兩種匹配法——部分匹配和交錯匹配來將剛輸入的二維影像和先前合併成的部分架構做合併時, 可能發生一個問題: “假設經由先前多張不同的二維影像所合併成的部分架構 S_2 中存在兩個沒有直接相連的區域 R'_i 和 R'_j 。但是對於剛輸入的二維影像卻顯示出與區域 R'_i 及 R'_j 相對應的區域 R_i 和 R_j 竟是靠著邊線 L_i 直接相連”。鑑於這種問題的發生, 我們介紹另外一個連結匹配。

假設部分架構 $S_1 = (R, L, \delta, \lambda, \gamma)$ 為目前剛觀察到的二維影像, 而 $S_2 = (R', L', \delta', \lambda', \gamma')$ 為先前輸入的二維影像所合併成的部分架構。我們稱 S_1 和 S_2 連結匹配。若且唯若存在兩個映射 (mapping)

$$f_1 : R \rightarrow R';$$

$$f_2 : L \rightarrow L';$$

使得 S_1, S_2 滿足下列兩個條件

- (i) 部分架構 S_1 和部分架構 S_2 部分匹配或交錯匹配, 而映射 f_2 可以將 L 中之某一條邊線 L_i 對映到 L' 中的兩

條邊線 L_j, L_k 。換句話說， f_2 不是單值映射（single-value mapping）。

- (ii) 如果 $f_2(L_i) = L_j$ 且 $f_2(L_i) = L_k$ ，那麼 R 中必定存在兩個區域 R_1, R_2 ，而且區域 R_1 和區域 R_2 共同擁有邊線 L_i ，使得 $\delta(R_1, L_i) = R_2$ ，但是 $\delta[f_1(R_1), L_j] = \phi$ ， $\delta[f_1(R_2), L_k] = \phi$ 。其中 $f_1(R_1)$ 包含邊線 L_j ， $f_1(R_2)$ 包含邊線 L_k 。

由上述定義可以知道，事實上連結匹配的目的是爲了將一個部分架構中之某些應該相連的區域連結起來，而它們連結在一起的條件就如條件(ii)中所敘述的情形。

第三節 部分架構的合併

根據上一節中所提到的三個匹配我們便可以將順序輸入之二維影像所代表的部分架構合併成爲一個完整的三維物體拓樸架構。而在三維物體的瞭解過程中，這三個匹配：部分匹配、交錯匹配和連結匹配均有其特殊的作用。部分匹配是辨認先前所觀察到之部分架構的最基本步驟。交錯匹配乃是基於目前輸入的部分架構與先前觀察到的部分架構的相匹配部分將兩個部分架構合併成爲另外一個更完善的部分架構，而連結匹配乃是將先前觀察到的部分架構中尚未連結的區域依照某些條件連結在一起。二維影像一張一張的輸入，而對於三維物體的描述也逐漸完成，當這個由多張二維影像所合併在一起的架構不再因爲輸入的二維影像而有所變動時，三維物體即已描述完成。接著我們敘述：目前輸入的二維影像

所代表的部分架構 S_1 如何合併到先前已觀察到的部分架構 S_2 中。

假設 $S_1 = (R, L, \delta, \lambda, \gamma)$ 為目前輸入的二維影像所代表的部分架構，而 $S_2 = (R', L', \delta', \lambda', \gamma')$ 為先前已輸入的二維影像所合併而成的部分架構。我們可以根據底下幾個步驟將部分架構 S_1 合併到部分架構 S_2 中：

步驟一：首先在 R 中找出某一個區域 R_i ，並在 R' 中找出某一個區域 R'_i ，使得區域 R_i 和區域 R'_i 滿足 $\lambda(R_i) = \lambda'(R'_i)$ 的條件。假設區域 $R_i = (J_s, L_s)$ ，而區域 $R'_i = (J'_s, L'_s)$ ，其中 $L_s = \{L_1, L_2, \dots, L_{\lambda(R_i)}\}$ 且 $L'_s = \{L'_1, L'_2, \dots, L'_{\lambda'(R'_i)}\}$ 。而且 $\gamma(R_i, L_k) = L_{k+1}$ ， $\gamma'(R'_i, L'_k) = L'_{k+1}$ ， $k = 1, 2, \dots, \lambda(R_i) - 1$ 。 $\gamma[R_i, L_{\lambda(R_i)}] = L_1$ ， $\gamma'[R'_i, L'_{\lambda'(R'_i)}] = L'_1$ 。

步驟二：找出一個區域映射 (region - mapping) $f_1 : R \rightarrow R'$ ，使得 $f_1(R_i) = R'_i$ 。

步驟三：藉由 γ 與 γ' 的關係找出 $\lambda(R_i)$ 個可能映射 (mapping) 中之一個映射 $f_2 : L \rightarrow L'$ 。

步驟四：根據目前所找出的映射 f_1 和 f_2 ，針對所有滿足 $\delta(R_i, L_k) \neq \phi$ 的區域，將滿足條件 $f_1[\delta(R_i, L_k)] = \delta'[f_1(R_i), f_2(L_k)] \neq \phi$ 的相匹配區域對 (matching region pair) $\{\delta(R_i, L_k), \delta'[f_1(R_i), f_2(L_k)]\}$ 加到和 f_1 及 f_2 相對應的暫存變數 F_R 中， $1 \leq k \leq \lambda(R_i)$ 。

步驟五：如果對於所有的 $\delta(R_i, L_k)$ 來說， $\lambda(\delta(R_i, L_k))$

$\cup \} \cong \lambda' \{ f_1 [\delta (R_1, L_k)] \} , k = 1, 2, \dots ,$
 $\lambda (R_1)$ 。則根據 $\{ L_1, L_2, \dots , L_{\lambda (R_1)} \}$ 與
 $\{ L'_1, L'_2, \dots , L'_{\lambda' (R'_1)} \}$ 之間的相對應排列關
 係找出另外一個映射 $L_2 : L \rightarrow L'$, 並將暫存變數 F_R
 中的所有匹配區域對去除掉。重覆步驟四和步驟五
 的動作。

步驟六：如果對於所有 $\lambda (R_1)$ 個映射 L_2 所找出和 f_1 及 f_2 相對
 應的 F_R 均為空集合，那麼我們找出另外一個區域映
 射 $f_1 : R \rightarrow R'$, 使得 $f_1 (R_1) = R'_1$ 。重覆步驟三到
 步驟六的動作。

步驟七：否則，重覆步驟一到步驟六的動作直到沒有其它的
 映射 f_1 發生時，即結束。

在步驟二中基於 γ 與 γ' 所定義出邊線與邊線的關係，我
 們可以找到 $\lambda (R_1)$ 個不同的映射 $f_2 : L \rightarrow L'$, 由這些不同
 的邊線映射，便自然產生了不同的匹配。在步驟四中的暫存
 變數 F_R 中的匹配區域對就是 S_1 和 S_2 相匹配的部分。因此，基
 於 F_R 中之匹配區域對我們便可將部分架構 S_1 中未與 S_2 相匹配
 的區域及邊線附著到部分架構 S_2 中。由上面介紹的演繹法可
 以知道，相對於每一個區域映射 f_1 , 若所找出的相對應匹配
 區域對 F_R 不為空集合，則相對於 f_1 就產生了一組對於三維物
 體部分拓樸架構的描述。對於所有相匹配的區域對，我們可
 以利用第一節所介紹的匹配誤差演繹法來計算出兩個區域間
 的匹配誤差。

我們可以將整個對三維物體部分拓樸架構之所有可能的
 描述情形建造成一個樹狀圖 (tree) , 而這個樹狀圖的每一

條路徑 (path) 均代表一種可能的描述。因此，當一張二維影像輸入時，它必需專對此樹狀圖的每一條路徑進行匹配。就如上面的演繹法可以知道，每一個區域映射 f_i 均對應樹狀圖的一個分枝 (branch)。至於和區域映射 f_i 相對應的所有匹配區域對 F_R 即代表這個分枝下的子節點 (Children node)。這種樹狀圖稱為認知樹狀圖 (learning tree)。而對於認知樹狀圖的每一分枝均賦予一個稱為部分架構匹配誤差 (Sub - structure matching error) 的數量。部分架構匹配誤差的值代表和三維物體部分拓樸架構的相似程度，而部分架構匹配誤差的計算方法如下：

$$\text{兩個部分架構 } S_1 \text{ 和 } S_2 \text{ 合併後之部分架構匹配誤差} \\ = \frac{\sum \left[\begin{array}{l} \text{對於 } S_1 \text{ 和 } S_2 \text{ 中相匹配的匹配區域} \\ \text{對所算出的匹配誤差：error} \end{array} \right] + \text{Pre-error}}{\left[\text{部份架構 } S_2 \text{ 中 } R' \text{ 之區域個數} \right]}$$

$$\text{其中，Pre-error} = \left[\begin{array}{l} \text{部分架構 } S_2 \\ \text{之部分架構} \\ \text{匹配誤差} \end{array} \right] \times \left[\begin{array}{l} \text{在部分架構 } S_2 \text{ 中} \\ \text{沒有和 } S_1 \text{ 相匹配} \\ \text{的區域個數} \end{array} \right]$$

第四節 範 例

在這一節中，我們依序從各種不同的角度去觀察，如圖 4-5 的錐狀平面多面體，而得到圖 4-6 至圖 4-10 的二維影像。根據這些二維影像的順序輸入，對於圖 4-5 平面多面體拓樸架構的描述即可自動產生。

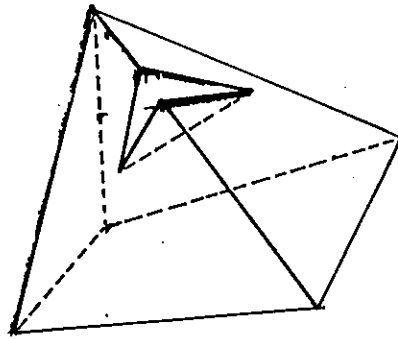


圖 4 - 5 錐狀平面多面體

剛開始我們從一個角度觀察如圖 4 - 5 的錐狀平面多面體而得到如圖 4 - 6 (a) 的二維影像。在圖 4 - 6 (a) 左邊的圖形表示經過標線後的編譯影像。右邊的圖形表示經由第三章所介紹的啓發式法則所找出來的合理區域以及它們之間的拓樸關係。而這張二維影像所代表的部分架構就如圖 4 - 6 (b)。在此值得注意的是，部分架構中的節點 (node) 代表二維影像中的某一個區域，而節點與節點之間相連的線段代表二維影像中的邊線。會合在某一個節點 R_i 上的線段數目代表在二維影像中區域 R_i 就是由相對應的邊線構成。若二維影像中，存在兩個區域 R_i 和 R_j 靠邊線 L_k 直接相連，則部分架構中必有兩個節點 R_i 和 R_j 之間靠線段 L_k 相連在一起。

若我們從錐狀平面多面體的上方來觀察，這個多面體即可得到圖 4 - 7 (a) 的二維影像。由這個二維影像所代表如圖 4 - 7 (b) 的部分架構，我們可以很容易的發現：先前已經觀察過如圖 4 - 6 (b) 的部分架構和目前剛看到如圖 4 - 7 (b) 的部分架構部分匹配 (sub - matching)。也就是說，我們可以找到一個區域映射 f_1 以及一個邊線映射 f_2 ，使得：

$$\begin{aligned}
f_1(R_1) &= R_8, \quad f_1(R_2) = R_5, \quad \text{而且} \\
f_2(L_1) &= L_{24}, \quad f_2(L_2) = L_{13}, \quad f_2(L_3) = L_{20}, \\
f_2(L_4) &= L_{23}, \quad f_2(L_5) = L_{22}, \quad f_2(L_6) = L_{17}, \\
f_2(L_7) &= L_{18}, \quad f_2(L_8) = L_{19}, \quad f_2(L_9) = L_{15}, \\
f_2(L_{10}) &= L_{16},
\end{aligned}$$

根據這些相匹配的邊線以及匹配區域對 $\{R_1, R_8\}$ 和 $\{R_2, R_5\}$ 便可以將上面兩個部分架構合併成爲圖 4-7(c) 的部分架構。

要是我們換一個角度來觀察錐狀平面多面體，而得到圖 4-8(a) 的二維影像時，從圖 4-8(b) 的部分架構以及圖 4-7(c) 的部分架構，我們可以發現，事實上這兩個部分架構互爲交錯匹配 (intersect-matching)。因爲我們可以找到一個區域映射 f_1 ，使得，

$$f_1(R_{10}) = R_1, \quad f_1(R_{11}) = R_2,$$

而且我們可以找到一個邊線映射 f_2 ，使得，

$$\begin{aligned}
f_2(L_{27}) &= L_1, \quad f_2(L_{28}) = L_{10}, \quad f_2(L_{29}) = L_2, \\
f_2(L_{30}) &= L_3, \quad f_2(L_{31}) = L_4, \quad f_2(L_{32}) = L_5, \\
f_2(L_{33}) &= L_6, \quad f_2(L_{34}) = L_8, \quad f_2(L_{35}) = L_7, \\
f_2(L_{36}) &= L_9,
\end{aligned}$$

經由這些相匹配的邊線以及匹配區域對 $\{R_1, R_{10}\}$ 和 $\{R_2, R_{11}\}$ 便可以把區域 R_9 以及邊線 L_{25}, L_{26} 附著到圖 4-7(c) 的部分架構中而建造成圖 4-8(c) 更爲完整的部分架構。

事實上，截至目前爲止，錐狀平面多面體上之所有平面 (face) 和邊 (edge) 均至少被觀察過一次，但是我們發現由以上三張二維影像所合併成的部分架構 (如圖 4-8(c))

並不能完全描述出圖 4-5 的錐狀平面多面體。會發生這個問題的原因在於：在圖 4-7(a) 之二維影像中的邊線 L_{11} 和圖 4-8(a) 之二維影像中的邊線 L_{26} 應該是相匹配的，但是我們並沒有足夠的資訊來決定邊線 L_{11} 和邊線 L_{26} 是否相匹配？同理，我們也無法確定邊線 L_{14} 和邊線 L_{25} 是否應該相匹配？因此，我們必需繼續觀察錐狀平面多面體以便獲得更多的資訊來決定此平面多面體的拓樸架構。

接著，如果我們將錐狀平面多面體旋轉一個角度而觀察到如圖 4-9(a) 的二維影像。由這張二維影像所代表如圖 4-9(b) 的部分架構以及先前已合併完成的部分架構（如圖 4-8(c)），我們發現圖 4-9(b) 之部分架構和圖 4-8(c) 之部分架構連結匹配（connection - matching）。因為我們可以找到一個區域映射， f_1 ，使得，

$$f_1(R_{12}) = R_9, f_1(R_{13}) = R_3, f_1(R_{14}) = R_1$$

而且我們可以找到一個邊線映射， f_2 使得，

$$f_2(L_{39}) = L_{11}, \text{ 且 } f_2(L_{39}) = L_{26},$$

$$f_2(L_{37}) = L_{10}, f_2(L_{38}) = L_{25}, f_2(L_{40}) = L_1$$

$$f_2(L_{41}) = L_{12}, f_2(L_{42}) = L_2, f_2(L_{43}) = L_3$$

$$f_2(L_{44}) = L_4, f_2(L_{45}) = L_5, f_2(L_{46}) = L_6$$

其中，邊線 L_{39} 同時對映到邊線 L_{11} 以及邊線 L_{26} 。換句話說，由連結匹配的定義知道，區域 R_3 和區域 R_9 之間存在一條連結路徑（connection path），而邊線 L_{11} 和邊線 L_{26} 應該為同一條邊線。因此，我們將圖 4-8(c) 部分架構中的線段 L_{11} 和 L_{26} 連接在一起而成圖 4-9(c) 的部分架構。

最後我們從另外一個角度觀察錐狀平面多面體得到如圖

4-10(a)的二維影像。我們可以發現圖4-10(b)之部分架構和圖4-9(c)的部分架構連結匹配。因為在這種情況下，我們可以找到一個區域映射 f_1 ，使得

$$f_1(R_{15})=R_9, \quad f_1(R_{16})=R_2, \quad f_1(R_{17})=R_4,$$

而且我們可以找到一個邊線映射 f_2 ，使得，

$$f_2(L_{50})=L_{14}, \quad \text{且} \quad f_2(L_{50})=L_{25},$$

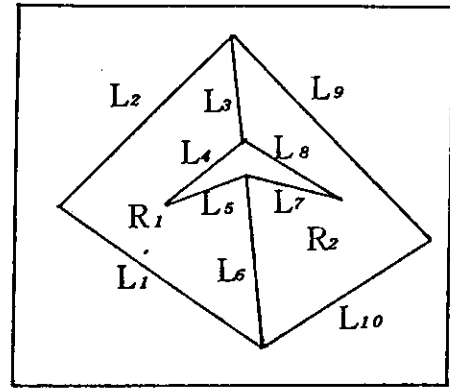
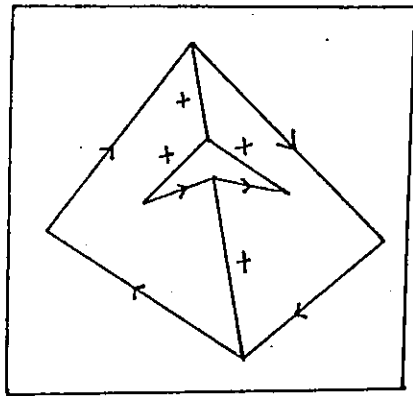
$$f_2(L_{47})=L_{11}, \quad f_2(L_{48})=L_1, \quad f_2(L_{49})=L_{10},$$

$$f_2(L_{51})=L_6, \quad f_2(L_{52})=L_7, \quad f_2(L_{53})=L_8,$$

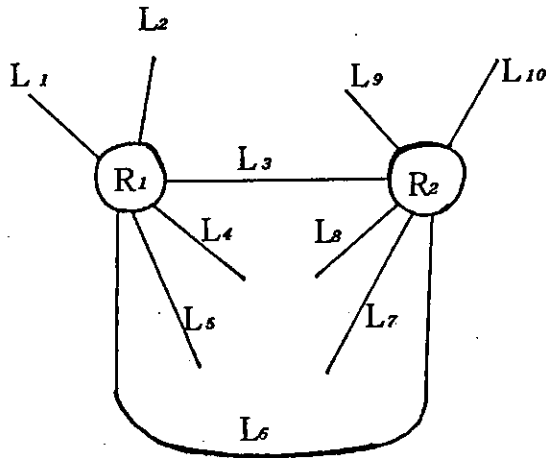
$$f_2(L_{54})=L_3, \quad f_2(L_{55})=L_9, \quad f_2(L_{56})=L_{12},$$

又因為 $f_2(L_{50})=L_{14}$ 且 $f_2(L_{50})=L_{25}$ ，因此我們知道，邊線 L_{14} 和邊線 L_{25} 應該是相匹配的，所以我們根據圖4-9(c)之部分架構和圖4-10(b)之部分架構中所有相匹配的部分將兩個部分架構合併而成圖4-10(c)的部分架構。至此，我們就已經將錐狀平面多面體的拓樸架構完整的描述完成。

因此，當圖4-6到圖4-10的二維影像順序輸入電腦後，這些二維影像所代表的部分架構也就一步一步的漸近完善，最後將圖4-5之錐狀平面多面體的立體拓樸架構完整的描述出來。以上所敘述的情況都僅有列出正確的區域及邊線匹配而已。圖4-11列出所有可能的匹配情形，在這個認知樹狀圖(learning tree)中，每一個樹枝(branch)代表一種可能的區域匹配。而樹狀圖之每一條路徑(path)均代表一種對三維物體拓樸架構的描述。樹狀圖之每一階層(level)表示新輸入一張二維影像。因為在第五張二維影像輸入後，錐狀平面多面體即已描述完成。因此，圖4-11的樹狀圖只有五個階層。

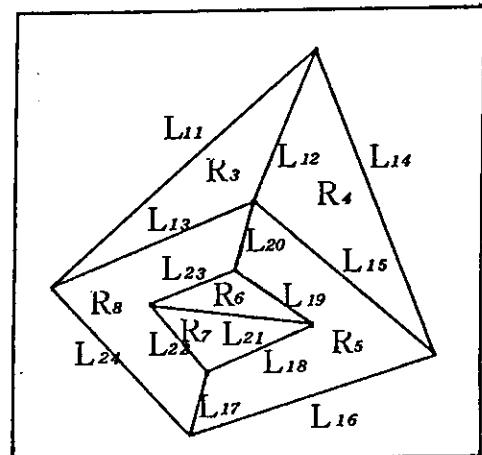
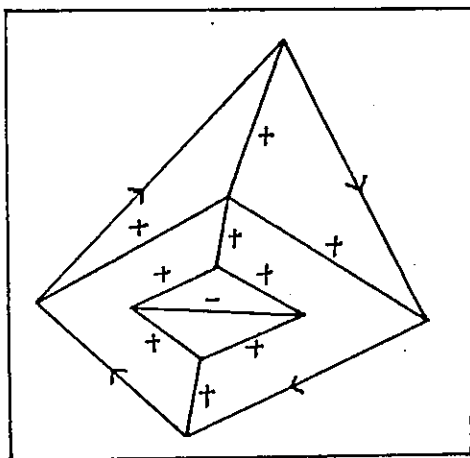


(a)



(b)

圖 4 - 6 從第一個角度看到的部分架構



(a)

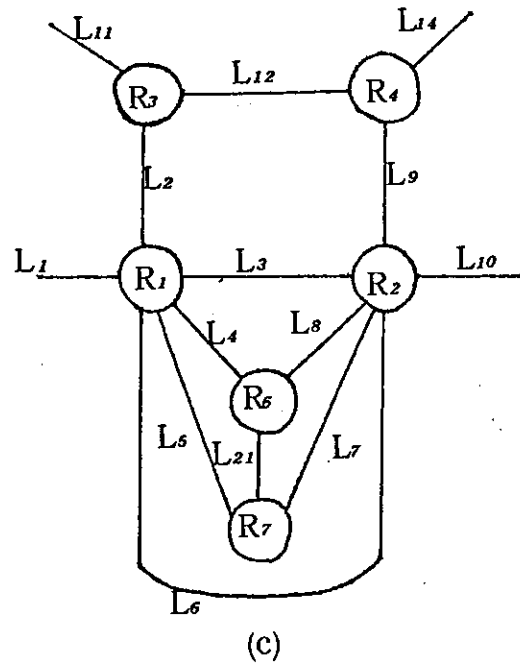
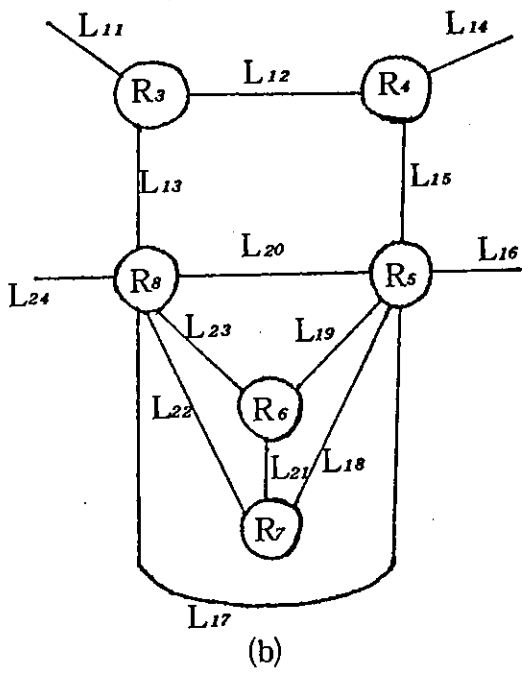
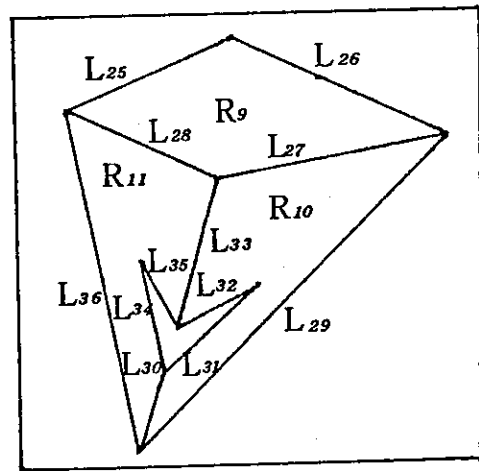
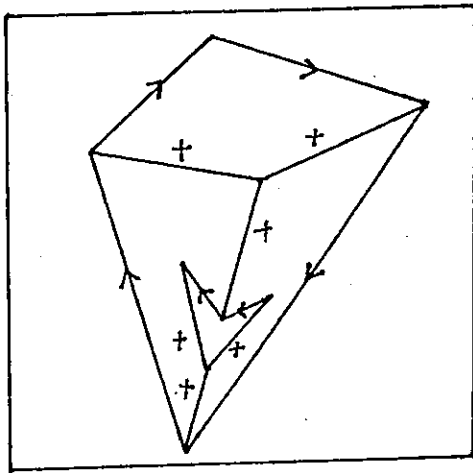
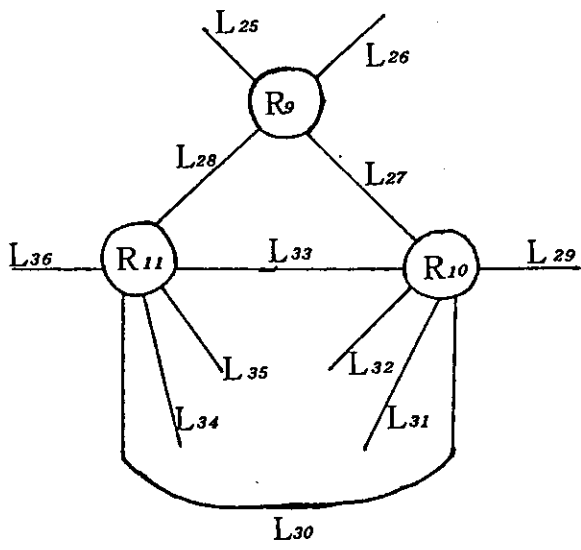


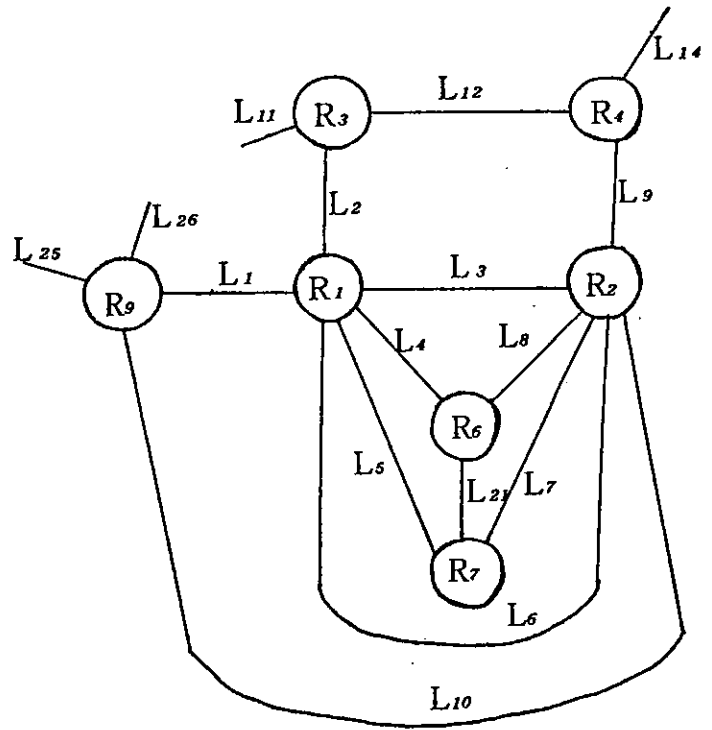
圖 4 - 7 從第二個角度所看到的部分架構



(a)

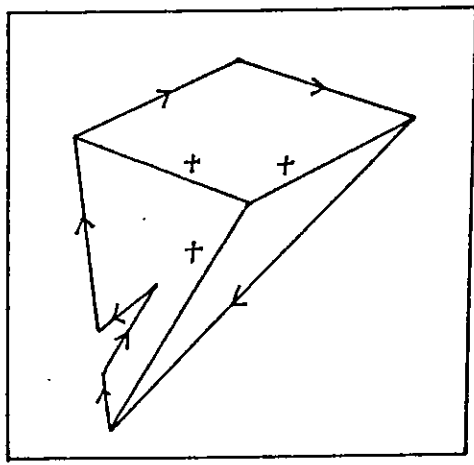


(b)

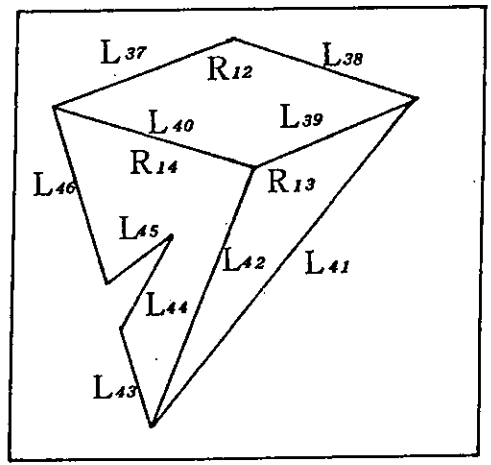


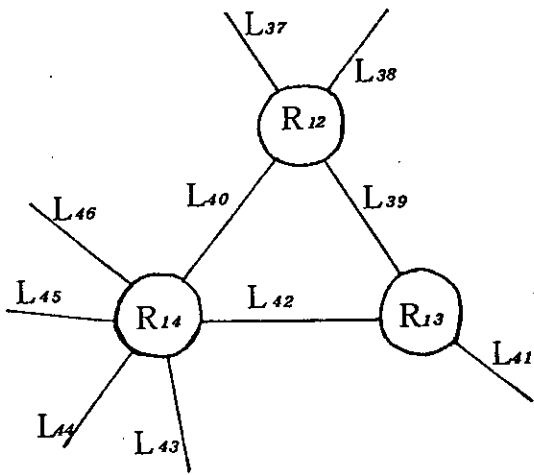
(c)

圖 4 - 8 從第三個角度所看到的部分架構

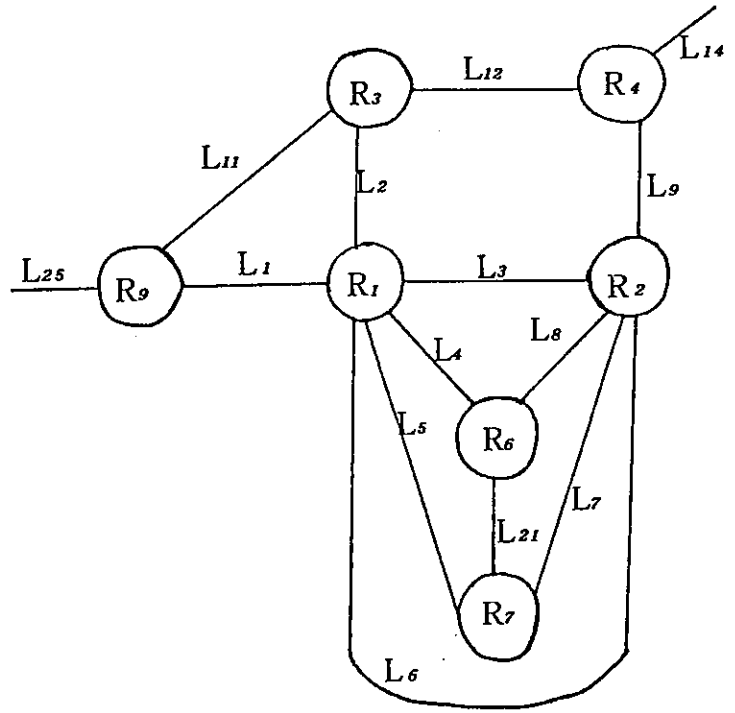


(a)





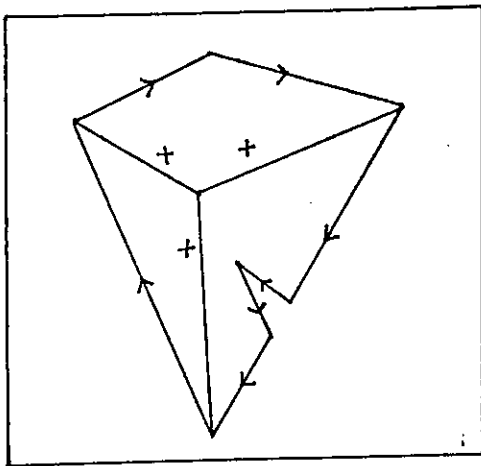
(b)



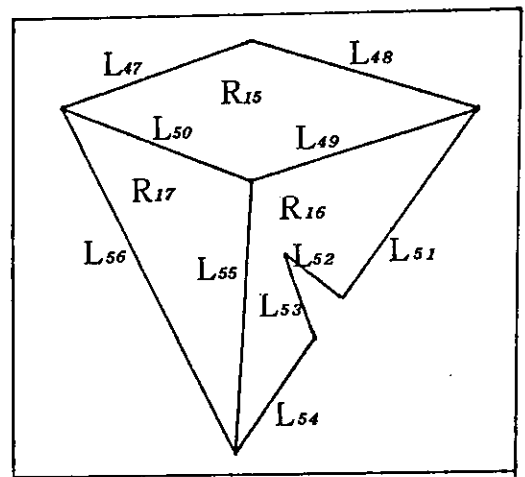
(c)

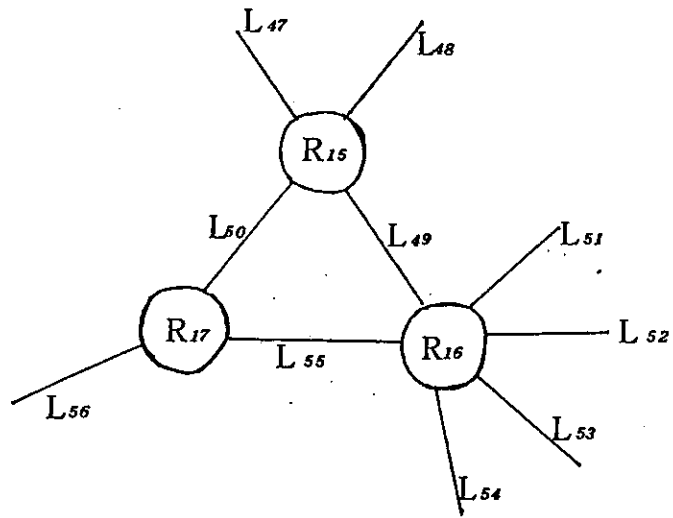
L_{10}

圖 4. - 9 從第四個角度所看到的部份架構。

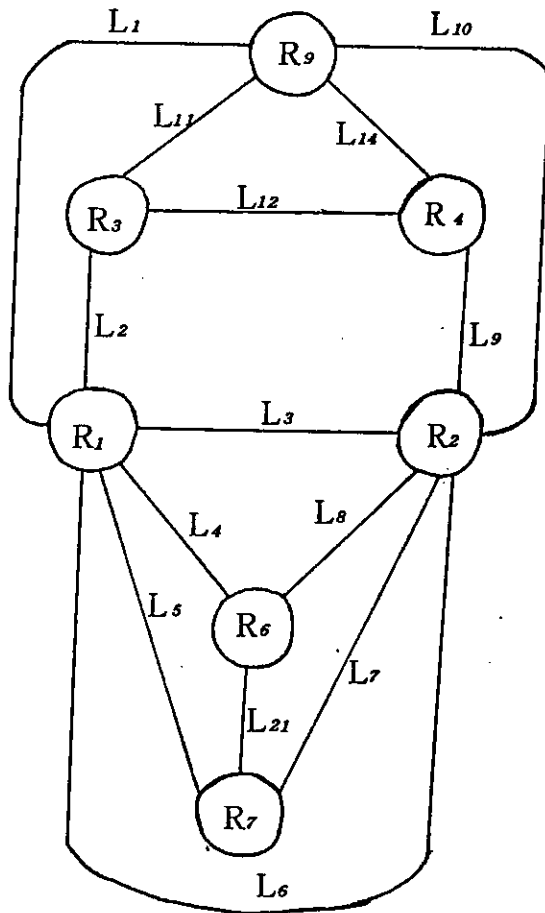


(a)





(b)



(c)

圖 4-10 從第五個角度所看到的部分架構

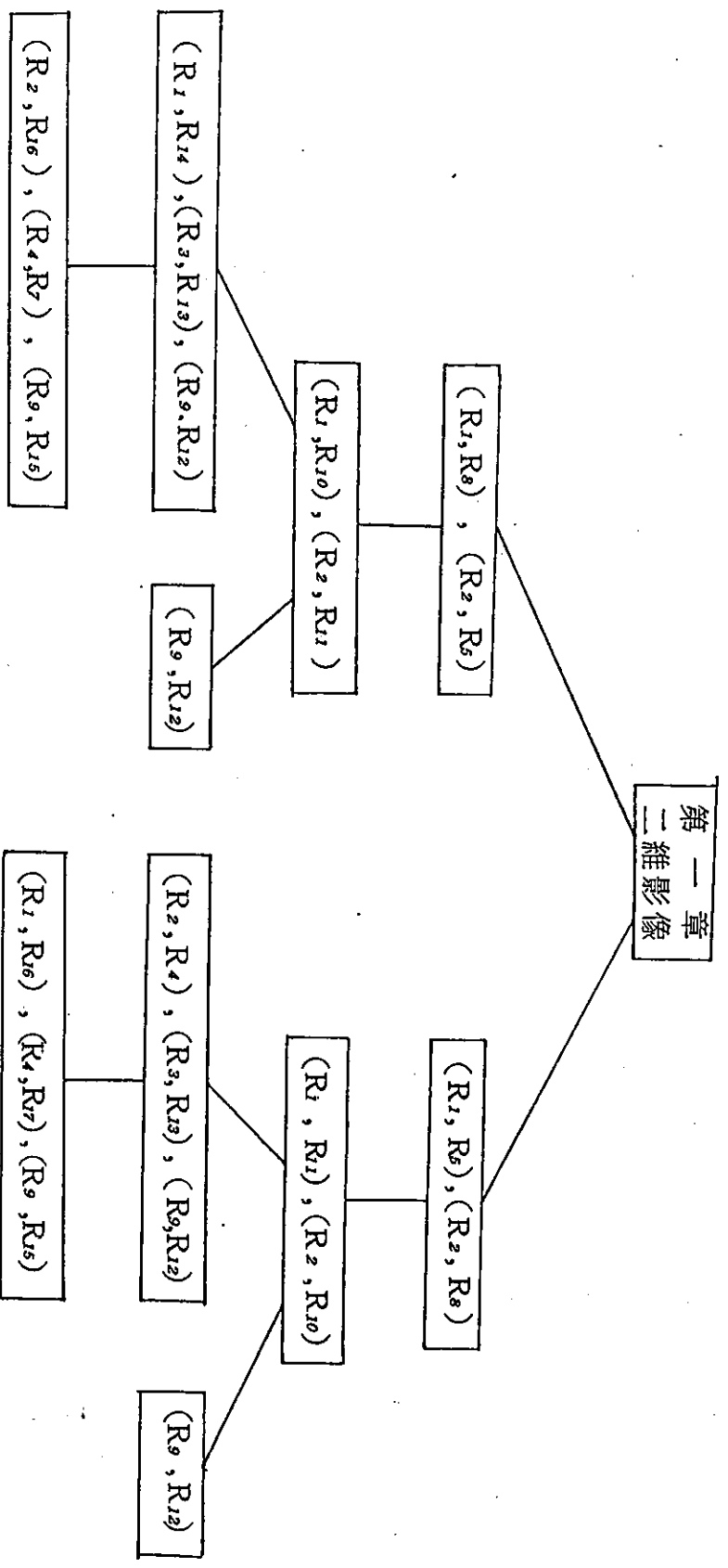


圖 4-11 認知樹狀圖

第五章 總 結

由前面幾章中，我們所介紹對於三維物體的瞭解過程可以看出，我們將三維物體的限制條件擴展到平面多面體（包含凹狀平面多面體）。當我們在觀察一個凹狀平面多面體時所看到的二維影像中極有可能包含部分被遮面。在找出這些部分被遮面的過程中，我們先對二維影像加以標線，然後提出一些啓發式法則來將這些部分被遮面找出來。最後，我們針對所有不包含部分被遮面的二維影像根據某些匹配法則將三維物體之拓樸架構描述出來。

傳統上，A.I.的標線技巧可以很有效率的套用於三角型平面多面體（trihedral planar surface object），但是若將這種A.I.的標線技巧施於多角型平面多面體（polyhedral planar surface object），那麼，其複雜的程度將大大的增加。當然，在處理標線的速率上亦將大幅增加。如果我們考慮的影像是行狀資料（range data），那麼要對影像做標線就變得非常容易。因為行狀資料本身即蘊涵著深度值。因此，藉由這些深度值之間的變化情形，我們便可以很輕易的對整張影像做標線。

如果我們考慮區域與區域間的相連關係，我們可以發現會導致部分被遮面的原因在於：（一）某個區域的某些邊線完全被遮蔽。（二）某個區域的某些邊線有一部分被遮蔽。因此，我們基於這兩項造成部分被遮面的主要原因提出了幾條啓發式法則。因為影像中存在的部分被遮面將會影響整張影像之幾

何意義。因此，對於完成標線後的編譯影像便可以利用啓發式法則來將影像中的部分被遮面找出來。一旦部分被遮面被挑出來之後，我們便可以利用它們來描述三維物體之立體拓樸架構。

由於每一張影像均只能描述出一部分的三維物體立體拓樸架構。因此，欲從多張影像中去瞭解三維物體之立體拓樸架構時勢必碰到區域間的匹配問題。在這篇論文中，我們所引用的匹配演繹法乃是專對不同影像中擁有相同邊線數目的區域進行匹配。利用這種匹配演繹法便可以將不同的影像合併在一起。如果我們所要描述的平面多面體是非常勻稱的 3-D 物體（例如，正多面體），那麼，我們所要進行匹配的情況將會非常複雜，而所建造的樹狀圖也必定非常勻稱。所以在瞭解這一類較為勻稱的 3-D 物體時，將會相當費時。反之，如果我們所要瞭解的平面多面體是非常不對稱的 3-D 物體（例如，3-D 物體之每一個平面所擁有之邊的數目都不相同），那麼，我們所建造的樹狀圖必定為歪斜樹 (skew tree)，而在瞭解此類 3-D 物體時，在時間上就顯得快得多，而且正確性也比較高。

我們可以發現，當從任意角度所看到的影像都沒有辦法再影響對於 3-D 物體立體拓樸架構的描述時，整個三維物體之瞭解過程即以完成。

参考文献

- [1]. Huffman, D.A., " Impossible Objects as Non-sense Sentence," In B: Meltzer and D. Michie, Ed., Machine Intelligence (Edinburgh University, press, Edingburgh, 1971), 295-323.
- [2]. Clowes, M.B., "On Seeing Things," Artificial Intelligence, 2(1) (1971), 79-112.
- [3]. Duda, R.O. and Hart, P.E., " Pattern Classification and Scene Analysis," Wiley, New York, 1973.
- [4]. Waltz, D., " Understanding Line Drawings of Scenes with Shadows," In The Psychology of Computer Vision", Winston, P.H., Ed., McGraw-Hill, New York, (1975), 19-91.
- [5]. Underwood, S.A. and Coates, C.L. , " Visual Learning from Multiple Views," IEEE Transactions on Computers, vol. c-24, 6 (June 1975), 651-661.
- [6]. Nevatia, R. and Babu, K.R., "Linear Feature Extraction and Description," Computer Graphics Image Processing, 13 (July 1980), 257-269.
- [7]. Kanade, T., "Recovery of the Three-Dimensional Shape of an Object from a single view ," Artificial Intelligence, 17 (1981), 409-460.
- [8]. Rosenfeld, A. and Kak, A.C. , " Digital Picture processing," vol. 1, 2, 2ed. (Academic press, New York, 1982).
- [9]. Shirai, Y. and Oshima, M., " Object Recognition Using Three-Dimensional Information," IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence PAMI-5, 4 (July 1983), 353-361.

- [10]. Sugihara, K., " A Necessary and Sufficient Condition for a picture to Represent a Polyhedral scene, " IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence PAMI-6,5(September 1984),578-586.
- [11]. Huang, T.S. and Blostein, S.D., " Robust Algorithms for Motion Estimation Based on Two sequential Stereo Image Pairs," Proceedings IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, (1985), 518-524.
- [12]. Lee, S.J., Haralick, R.M. and Zhang, M.C., "Understanding Objects with Curved Surfaces from a Single Perspective View of Boundaries," Artificial Intelligence, 26(1985), 145-169.
- [13]. Tsai, C.W., " Reconstruction of Single 3-D Object from Multiple Views," M.S. Thesis, Department of Computer Science and Information Engineering, National Taiwan University, (1986).
- [14]. Herman, M. and Kanade, T., " Incremental Reconstruction of 3D Scenes from Multiple, Complex Images," Artificial Intelligence, 30(1986), 289-341.
- [15]. Riseman, E.M., Burns, J.B. and Hanson, A.R. , " Extraction Straight Lines, " IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence PAMI-8,4(July 1986), 425-455.
- [16]. Ito, M. and Ishii, A., "Three-View Stereo Analysis," IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence PAMI-8,4(July 1986), 524-532.

- [17]. Aggarwal, J.K. and Wang, Y.F., " Surface Re-
construction and Representation of 3-D
Scenes," Pattern Recognition, vol. 19, 3 (1986)
, 197-206.
- [18]. Winston, P.H. , " Artificial Intelligence,"
Addison-Wesley, Reading, Mass., 1984.
- [19]. Shirai, Y. and Oshima, M., "A Scene Descrip-
tion Method Using Three-Dimensional Infor-
mation," Pattern Recognition, vol. 11, (1979),
9-17.